Megoldás. Használjuk fel, hogy $x_1+x_2=2004$, így a rekurzió az alábbi formában írható:

$$x_{n+2}=\frac{x_{n+1}-x_1-x_2}{x_n}.$$

Írjuk fel a sorozat első néhány tagját:

$$1001;\quad 1003;\quad x_3=\frac{x_2-x_1-x_2}{x_1}=-1;\quad x_4=\frac{x_3-x_1-x_2}{x_2}=\frac{-1-x_1-x_2}{x_2};$$

$$x_5=\frac{x_4-x_1-x_2}{x_3}=-x_4+x_1+x_2;$$
$$x_6=\frac{x_5-x_1-x_2}{x_4}=\frac{-x_4+x_1+x_2-x_1-x_2}{x_4}=-1;\quad \ldots$$

Vegyük észre, hogy $x_4+x_5=x_1+x_2=2004$ és $x_6=x_3=-1$.

Teljes indukcióval bebizonyítjuk, hogy tetszőleges $n\in\mathbb{N}$ esetén $x_{3n+1}+x_{3n+2}=2004$ és $x_{3n+3}=-1$. Láttuk, hogy ezek $n=1$-re és 2-re fennállnak.

Tegyük fel, hogy $(k-1)$-ig igaz az állítás: $x_{3k-2}+x_{3k-1}=2004$ és $x_{3k}=-1$. Belátjuk k-ra.

A rekurzió és az indukciós feltevés alapján

$$x_{3k+1}=\frac{x_{3k}-x_{3k-1}-x_{3k-2}}{x_{3k-1}}=\frac{-1-x_{3k-1}-x_{3k-2}}{x_{3k-1}};$$

$$x_{3k+2}=\frac{x_{3k+1}-x_{3k-1}-x_{3k-2}}{x_{3k}}=-x_{3k+1}+x_{3k-1}+x_{3k-2}.$$

Ebből pedig $x_{3k+1}+x_{3k+2}=x_{3k+1}-x_{3k+1}+x_{3k-1}+x_{3k-2}=2004$ az indukciós feltevés miatt. Továbbá (ezt felhasználva)

$$x_{3k+3}=\frac{x_{3k+2}-x_{3k+2}-x_{3k+1}}{x_{3k+1}}=-1.$$

Ebből következik, hogy a sorozat első 2004 tagját hármasával csoportosítva a számok összege minden egyes csoportban 2003.

Mivel $2004=3\cdot 668$, az első 2004 tag 668 ilyen elemhármasból áll, így a keresett összeg $2003\cdot 668=1\,338\,004$.