

Megoldás. Legyen $a = 100 + 101m$ és $b = 101 - 100m$, jelölje a és b legnagyobb közös osztóját d . Ha $d \mid a$ és $d \mid b$, akkor $d \mid 100a + 101b$.

$$100a + 101b = 100^2 + 100 \cdot 101m + 101^2 - 101 \cdot 100m = 100^2 + 101^2 = 20\,201.$$

20 201 prímszám, így ha a -nak és b -nek van valódi 1-nél nagyobb osztója, az csak 20 201 lehet.

A $d \mid a$ és $d \mid b$ oszthatóságokból a $d \mid a + b$ is következik, ezért $d \mid 100 + 101m + 101 - 100m = 201 + m$. Ebből viszont $m = k \cdot d - 201$ adódik (k egész szám). Ha pedig $d = 20\,201$, akkor $m = k \cdot 20\,201 - 201$.

Az $m = k \cdot 20\,201 - 201$ alakú egész számokra

$$a = 100 + 101(20\,201k - 201) = 100 + 101 \cdot 20\,201k - 101 \cdot 201 = 20\,201(101k - 1),$$

$$b = 101 - 100(20\,201k - 201) = 101 + 100 \cdot 20\,201k + 100 \cdot 201 = 20\,201(1 + 100k).$$

Vagyis ebben az esetben a és b is többszöröse 20 201-nek, ezért ez a legnagyobb közös osztójuk, tehát nem relatív prímek.

Megjegyzés. Vegyük észre, hogy az összes olyan m -et meghatároztuk, amelyre $100 + 101m$ és $101 - 100m$ legnagyobb közös osztója 20 201. (Ha $d = -20\,201$, akkor is ugyanezeket az m értékeket kapjuk.) Minden más m esetén $(100 + 101m; 101 - 100m) = 1$.