

I. megoldás. Használjuk az 1. ábra jelöléseit. Legyen $AT = x$ (így $BT = 2x$ lesz) és $TC = y$. Az O_1TC és az O_2TC háromszög derékszögű, felírható oldalaira a Pitagorasz-tétel:

$$(4 - 2x)^2 + y^2 = 4^2,$$

$$(6 - x)^2 + y^2 = 6^2,$$

$$16 - 16x + 4x^2 + y^2 = 16,$$

$$36 - 12x + x^2 + y^2 = 36,$$

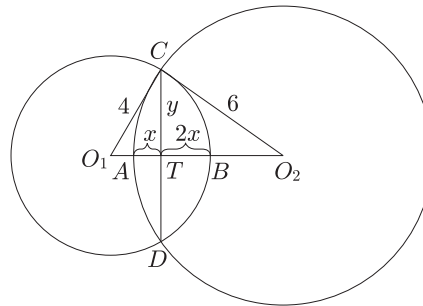
$$4x^2 + y^2 = 16x,$$

$$x^2 + y^2 = 12x.$$

Ebből $4x^2 + y^2 = x^2 + y^2 + 4x$, $3x^2 = 4x$. (Itt $x = 0$ esetén nem metszené, hanem érintené egymást a két kör, tehát $x \neq 0$.) Tehát $x = \frac{4}{3}$, ahonnan

$$O_1O_2 = 4 + 6 - 3x = 6 \quad (\text{cm}).$$

A körök középpontjának távolsága 6 cm (ami azt jelenti, hogy a kisebbik kör középpontja éppen illeszkedik a nagyobb körre).

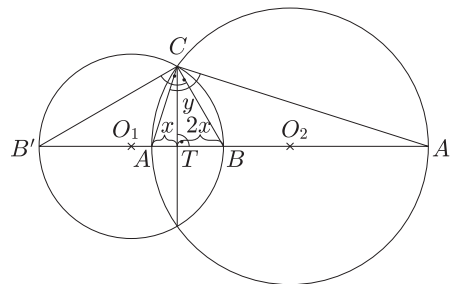


1. ábra

II. megoldás. Használjuk az I. megoldás jelöléseit (2. ábra). Az O_1O_2 egyenesének az O_2 középpontú körrel vett másik metszéspontja legyen A' , az O_1 középpontú körrel vett másik metszéspontja pedig legyen B' . Thalész tétele szerint a BCB' háromszög és az $A'CA$ háromszög derékszögű, és mindkettőnek CT az átfogóhoz tartozó magassága. Alkalmazzuk rájuk a magasságtételt:

$$B'T \cdot BT = TC^2 \quad \text{és} \quad A'T \cdot AT = TC^2, \quad \text{azaz} \quad B'T \cdot BT = A'T \cdot AT.$$

$(8 - 2x) \cdot 2x = (12 - x) \cdot x$, ahol $x \neq 0$, különben érintené egymást a körök. Tehát $(8 - 2x) \cdot 2 = 12 - x$, ahonnan $x = \frac{4}{3}$, így $O_1O_2 = 6$ (cm).



2. ábra