Megoldás. Vegyük észre, hogy az $(a*b)*a$ kifejezésben a műveletet balról jobbra haladva végezzük el. Az $a*(b*a)$ műveletben viszont először a jobb oldali kifejezést kell kiértékelnünk. Mi a balról jobbra haladási irányhoz ismerünk egy azonosságot, ezért célszerű olyan alakra hozni az $a*(b*a)$ kifejezést, hogy abban balról jobbra haladva végezhessük el a műveletet.

Írjunk a helyére egy, az ismert azonossághoz hasonló alakú, a-val egyenlő kifejezést. A feltételben a és b cseréjével a $(b*a)*b=a$ összefüggést kapjuk.

Így

$$a*(b*a)=\big((b*a)*b\big)*(b*a),$$

amely ismét olyan alakú, mint az adott azonosság bal oldala, de a helyén most $(b*a)$ áll. Ezért $\big((b*a)*b\big)*(b*a)=b$, és éppen ezt akartuk bizonyítani.

Megjegyzés. A művelet rendelkezik azzal a tulajdonsággal, hogy minden S-beli a, b esetén $(a*b)*a=b$, $a*(b*a)=b$. Ebből következik, hogy minden S-beli a, b esetén $(a*b)*a=a*(b*a)$. Ez azonban nem jelenti azt, hogy a művelet asszociatív. (Ehhez tetszőleges a, b, $c\in S$ elemekre $(a*b)*c=a*(b*c)$ kellene teljesüljön, de ezt az adott feltételek csak $c=a$ választás mellett biztosítják.) Az alábbi példa is mutatja, hogy egy ilyen művelet nem feltétlenül asszociatív.

Legyen $a*b=|a-b|$ az egész számok halmazán.

Ellenőrizhető, hogy

$$\big||a-b|-a\big|=\big|a-|a-b|\big|$$

(bár ezek nem feltétlenül egyenlőek b-vel). Ez a művelet pedig nem asszociatív.

Fordítva is gondok merülhetnek fel: ha a $*$ művelet asszociatív, akkor a speciális $c=a$ választással ugyan $(a*b)*a=a*(b*a)$, de nem biztos, hogy $(a*b)*a=b$. Gondoljunk az egész számok összeadására.