

Megoldás. Adjuk össze a három egyenletet, majd rendezzünk!

$$\begin{aligned} & x^2 + 7y + 2 + y^2 + 7z + 2 + z^2 + 7x + 2 = \\ & = 2z + 4\sqrt{7x-3} + 2x + 4\sqrt{7y-3} + 2y + 4\sqrt{7z-3}, \\ & (x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 2y + 1) + (z^2 - 2z + 1) + (7x - 3 - 4\sqrt{7x-3} + 4) + \\ & + (7y - 3 - 4\sqrt{7y-3} + 4) + (7z - 3 - 4\sqrt{7z-3} + 4) = 0. \end{aligned}$$

Azaz:

$$\begin{aligned} & (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 + \\ & + (\sqrt{7x-3}-2)^2 + (\sqrt{7y-3}-2)^2 + (\sqrt{7z-3}-2)^2 = 0 \end{aligned}$$

Az egyenlet bal oldalán lévő összeg minden tagja nemnegatív, összegük csak akkor lehet 0, ha minden tag 0.

Eszerint csak az $x = y = z = 1$ számhármass adhat megoldást. Behelyettesítve kiderül, hogy ez a számhármass valóban megoldás.

Tehát az egyenletrendszer megoldása $x = y = z = 1$.