

Megoldás. Számoljuk össze azokat az eseteket, amikor egy- és kétforintosokat használunk a váltáskor, de ötforintost nem.

A csupa egyforintosra történő váltás egy lehetőséget jelent. Ezután váltsunk át két darab egyforintost egy kétforintosra, majd így tovább 4 darabot, 6 darabot stb. Ez összesen az előbbivel együtt $\left\lceil \frac{1000}{2} \right\rceil + 1 = 501$ lehetőséget ad.

Legyen most ötforintos is a váltópénzek között. Jelölje n az egy- és kétforintos értékének összegét és k az ötforintosok számát. Ekkor $n = 1000 - 5k$, ahol $0 \leq k \leq 200$. Az előbb láttuk, hogy $k = 0$ esetén (vagyis amikor ötforintos nem szerepel) a váltások száma $\left\lceil \frac{1000}{2} \right\rceil + 1$, általában pedig $\left\lceil \frac{1000 - 5k}{2} \right\rceil + 1$.

Írjuk fel k összes lehetséges értéke esetén a lehetséges váltások számát:

k	$n = 1000 - 5k$	a lehetséges váltások száma:	$\frac{1000 - 5k}{2} + 1$
200	0	1	
199	5	3	
198	10	6	
\vdots	\vdots	\vdots	
1	995	498	
0	1000	501	

Látható, hogy $k = 200$ -tól 1-ig, ha a szomszédos tagokat páronként összeadjuk, egy 100 tagú számtani sorozatot kapunk, amelynek első tagja $a_1 = 4$, differenciája pedig $d = 10$. Ha összeadjuk ezt a 100 tagot és még hozzáadjuk a k_0 -hoz tartozó értéket, akkor megkapjuk a lehetséges váltások számát:

$$\sum_{k=0}^{200} \left(\left\lceil \frac{1000 - 5k}{2} \right\rceil + 1 \right) = S_{100} + 501 = 49\,901 + 501 = 50\,401,$$

ennyiféleképpen lehet 1000 Ft-ot egy-, két- és ötforintosokra váltani.