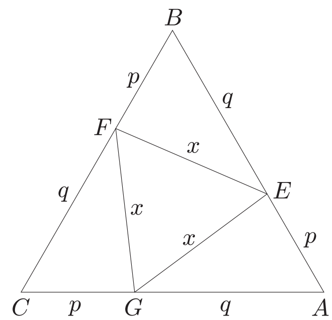
I. megoldás. Az ABC szabályos háromszögből levágott részháromszögek egybevágók (oldalaik legyenek p és q, egyik szögük 60°-os), ezért harmadik oldaluk is egyenlő és így a keletkezett EFG háromszög is szabályos. Jelöljük az oldalának a hosszát x-szel.



Írjuk fel a koszinusztételt az AEG háromszögben:

$$x^2 = p^2 + q^2 - 2pq \cdot \cos 60^\circ,$$

innen

$$x^2 = p^2 + q^2 - pq.$$

Az ABC háromszög területe $\frac{(p+q)^2\sqrt{3}}{4}$, az osztópontok összekötésével kapott háromszög területe ennek $\frac{19}{64}$-ed része, azaz

$$\frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \frac{19}{64}\left(\frac{(p+q)^2\sqrt{3}}{4}\right).$$

Egyszerűsítve és az x^2 előbb kapott értékét behelyettesítve:

$$64(p^2 + q^2 - pq) = 19(p+q)^2.$$

Elvégezve a műveleteket kapjuk, hogy

$$45p^2 - 102pq + 45q^2 = 0.$$

Osszunk $3q^2 \neq 0$-val, és vezessük be a $\frac{p}{q} = u$ új változót; a következő másodfokú egyenlethez jutunk:

$$15u^2 - 34u + 15 = 0.$$

Innen $u = \frac{p}{q} = \frac{5}{3}$, illetve $\frac{p}{q} = \frac{3}{5}$ a keresett arány értéke attól függően, hogy milyen körüljárás szerint jelöljük ki a beírt háromszög csúcsait.

II. megoldás. A háromszög területe (a szokásos jelölésekkel) $\frac{ab \cdot \sin\gamma}{2}$. Esetünkben a „levágott” AEG, BFE, CGF háromszögek területe az eredeti háromszög területének $\frac{p}{p+q} \cdot \frac{q}{p+q}$-ad része, ezért $1 - \frac{19}{64} = \frac{45}{64} = 3\frac{pq}{(p+q)^2}$, ahonnan az I. megoldás $15p^2 - 34pq + 15q^2 = 0$ egyenletét kapjuk. Látható, hogy a $p : q$ arányra ugyanazt az eredményt kapjuk akkor is, ha az ABC háromszög nem szabályos.