

Megoldás. Az *a*) kérdésre igenlő a válaszunk, a *b*) kérdésre pedig nemleges.

a) Mutatunk egy lépéssorozatot, ahogy elérhető, hogy a két doboz egyszerre ürüljön ki. Először vegyünk el mindkét dobozból 1–1 kavicsot 50-szer egymás után. Így az egyikben 50 kavics lesz, a másikban 150. Ezután háromszorozzuk meg az 50 kavicsot, ekkor 150–150 kavics lesz mindkét dobozban. Végül 150-szer mindkét dobozból elveszünk 1–1 kavicsot. Ezzel egyszerre ürítettük ki mindkét dobozt.

b) Itt azt vehetjük észre, hogy a dobozokban lévő kavicsok számának paritása kezdetben különböző. A 3-mal való szorzás nem változtat a paritáson. Ha pedig mindkét dobozból elveszünk 1–1 kavicsot, akkor a dobozok paritásának összege nem változik, vagyis ha a paritásuk eredetileg különböző volt, akkor különböző is marad. Mindezek miatt, ha kezdetben p és q paritása különböző, akkor megengedett lépések minden sorozata után is különböző lesz. Ezért a $(101; 200)$ kiinduló állapotból nem juthatunk el a $(0; 0)$ állapothoz, mert ekkor a dobozban lévő kavicsok számának paritása azonos, kezdetben pedig különböző volt.