I. megoldás. A gyűrűt felfoghatjuk egy kör alakú „mérőkeretnek”, amelyben

$$I = \frac{Q}{T} = \frac{Q\omega}{2\pi}$$

áram folyik (ω a gyűrű szögsebessége, T a forgás periódusideje). A perdületét ismerjük: $N = mr^2\omega$, ahonnan $\omega = \dfrac{N}{mr^2}$ (r a gyűrű sugara). Ezekből az áramerősség

$$I = \frac{Q}{m} \cdot \frac{N}{2r^2\pi},$$

a gyűrűre (mint $I \cdot r^2\pi$ dipólnyomatékú mágneses dipólusra) ható forgatónyomaték pedig

$$M = B \cdot I \cdot r^2\pi = B \cdot \frac{Q}{m} \cdot \frac{N}{2},$$

ami a megadott numerikus adatokkal $3{,}75 \cdot 10^{-10}$ Nm.

II. megoldás. Osszuk fel a gyűrűt $d\varphi$ középponti szögű kicsiny részekre, és vizsgáljuk meg az *ábrán* φ-vel jelölt ívdarabkára ható erőt! Mivel az ívdarab hossza $r \cdot d\varphi$ és a gyűrű teljes töltése Q, az ívdarab töltése

$$q = \frac{r\,d\varphi}{2r\pi} \cdot Q.$$

Az ívdarabra ható Lorentz-erő

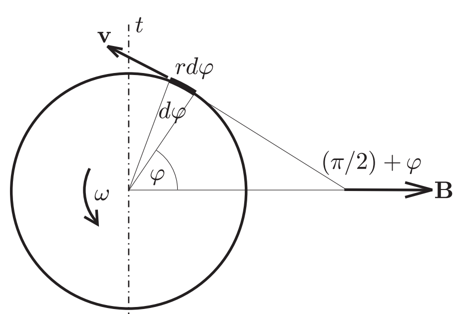
$$d\mathbf{F} = q \cdot \mathbf{v} \times \mathbf{B},$$

ahol $\mathbf{v}$ a kérdéses ívdarabka sebessége. Ez az erő az ábrán látható t tengelytől jobbra eső részeknél az ábra síkjára merőlegesen befelé, a bal oldalon pedig kifelé mutat, így a szimmetria miatt a gyűrűre éppen a t tengely körüli forgatónyomaték hat. Mivel a $\mathbf{v}$ és $\mathbf{B}$ vektorok $\dfrac{\pi}{2} + \varphi$ szöget zárnak be egymással, továbbá a sebesség nagysága $|\mathbf{v}| = r\omega$, az ívdarabra ható erő nagysága

$$dF = Q \cdot \frac{r\,d\varphi}{2r\pi} \cdot r\omega \cdot B \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right),$$

a megfelelő forgatónyomaték a t tengelyre vonatkozóan

$$dM = dF \cdot r \cdot \cos\varphi = \frac{1}{2\pi} \cdot Q \cdot r^2\omega \cdot B \cdot \cos^2\varphi \cdot d\varphi.$$



Az egész gyűrűre ható forgatónyomaték

$$M = \int_0^{2\pi} dM = \frac{1}{2\pi} \cdot Q \cdot r^2\omega \cdot B \cdot \int_0^{2\pi} \cos^2\varphi\,d\varphi.$$

Az integrál értéke π-vel egyenlő. Ezt az integrálszámítás formális szabályainak alkalmazásával is kiszámíthatjuk, de az integrál geometriai jelentése (a $\cos^2\varphi$ függvény görbe alatti területe) ismeretében elemi úton is megkaphatjuk. A teljes forgatónyomaték tehát

$$M = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot r^2\omega \cdot B,$$

ami a gyűrű $N = mr^2\omega$ perdületével kifejezve

$$M = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q}{m} \cdot N \cdot B = 3{,}75 \cdot 10^{-10}\ \text{Nm}.$$

Megjegyzés. Érdekes, hogy a gyűrű mágneses nyomatékának (dipólerősségének) és az impulzusnyomatékának (perdületének) aránya csak a fajlagos töltéstől függ, a gyűrű sugarától és a szögsebességétől *nem.* Ez az észrevétel lehetőséget kínál arra, hogy ismeretlen méretű és szögsebességű testeknél (például a régebben ilyeneknek képzelt elemi részecskéknél) is megvizsgáljuk ezt az arányt, és összehasonlítsuk a mérhető fajlagos töltésükkel. Az elektron például rendelkezik mérhető mágneses nyomatékkal és perdülettel (spinnel), a fajlagos töltése is mérhető, de ezen fizikai mennyiségek között nem a fenti arányossági tényező, hanem annál majdnem pontosan 2-szer nagyobb számfaktor áll. Ez a furcsaság arra utal, hogy az elektron (és a többi elemi részecske) perdülete és mágnessége *nem* értelmezhető a részecske tengelyforgásával.