

I. megoldás. Alakítsuk át a feladatban szereplő kifejezést:

$$m^2 + n^2 + m + n - 1 = (m + 5)^2 + (n + 5)^2 - (9m + 9n + 45) - 6.$$

Mivel $9 \mid 9m + 9n + 45$, azért elég az $(m + 5)^2 + (n + 5)^2 - 6$ kifejezést vizsgálni, azaz megnézni, hogy két négyzetszám összege adhat-e 6-ot maradékul 9-cel osztva.

Mivel a négyzetszámok 9-cel osztva 0, 1, 4 és 7 maradékot adnak, azért két négyzetszám 9-es maradékának az összege nem lehet 6.

Megjegyzés. Gyorsabban célhoz érhetünk, ha felhasználjuk, hogy két négyzetszám összege pontosan akkor osztható 3-mal, ha mindkét szám a 3 többszöröse, ilyenkor tehát az összeg 9-cel is osztható.

II. megoldás. Egy egész szám és négyzetének a 9-es maradékát felhasználva a következő táblázatot készíthetjük el:

a	0	1	2	3	4	5	6	7	8
a^2	0	1	4	0	7	7	0	4	1
$a^2 + a$	0	2	6	3	2	3	6	2	0

Ha van megfelelő n és m , akkor az $m^2 + n^2 + m + n$ összeg 9-es maradéka 1. Ezzel szemben a fenti táblázat alsó sorában szereplő számok közül semelyik kettőnek az összege nem ad 1 maradékot 9-cel osztva.