Megoldás. Tekintsük az alábbi minden nem negatív valós a és b-re igaz egyenlőtlenséget:

$$\left(\sqrt{a}-\frac{1}{2}\right)^2+\left(\sqrt{b}-\frac{1}{2}\right)^2\geq 0. \tag{1}$$

Végezzük el a négyzetre emelést:

$$a+\frac{1}{4}-\sqrt{a}+b+\frac{1}{4}-\sqrt{b}\geq 0.$$

Rendezés után éppen a bizonyítandó egyenlőtlenséget kapjuk, vagyis

$$a+b+\frac{1}{2}\geq\sqrt{a}+\sqrt{b}.$$

(1)-ből leolvasható, hogy az egyenlőség feltétele $\sqrt{a}=\dfrac{1}{2}=\sqrt{b}$, azaz $a=b=\dfrac{1}{4}$.