

Megoldás. Nyilván elegendő azt bebizonyítani, hogy minden $(r; s)$ relatív prím számpárhoz van olyan n pozitív egész, amelyre $a_n = r$ és $a_{n+1} = s$. Ezt az állítást az $r + s$ összeg értékére vonatkozó teljes indukcióval igazoljuk.

Ha $r + s = 2$, akkor $n = 0$ megfelelő, ugyanis $a_0 = a_1 = 1$. Legyen most $k > 2$ és tegyük fel, hogy a k -nál kisebb összegű relatív prím számpárokra igaz az állítás. Ha az r és s relatív prím számok összege nagyobb 2-nél, akkor nem lehetnek egyenlők: vagy $r > s$, vagy pedig $s > r$. Az első esetben tekintsük az $(r - s; s)$ számokat. Ezek relatív prímekek, összegük r , amelyre $1 < r < k$. Az indukciós feltevés szerint tehát van olyan n , amelyre $a_n = r - s$ és $a_{n+1} = s$. Ekkor $a_{2n+2} = r$ és $a_{2n+3} = s$. Ugyanígy intézhető el a másik eset, csak a számok sorrendjére kell ügyelnünk: ha $s > r$, akkor az indukciós feltevés szerint $a_n = r$ és $a_{n+1} = s - r$ teljesül valamilyen n -re, ekkor pedig $a_{2n+1} = r$ és $a_{2n+2} = s$.