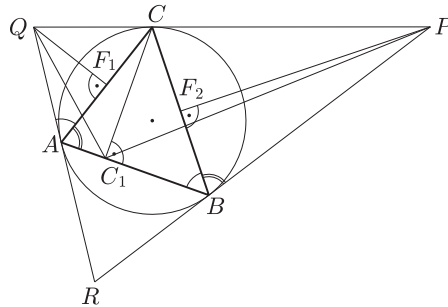


Megoldás. Jelöljük az AC oldal felezőpontját F_1 -gyel, a BC oldal felezőpontját pedig F_2 -vel. Mivel egy pontból egy körhöz húzott két érintőszakasz egyenlő, azért a QAC és PCB háromszögek egyenlőszárúak, s így QF_1 merőleges AC -re, PF_2 pedig merőleges BC -re. A QAF_1 derékszögű háromszög hasonló a CBC_1 derékszögű háromszöghöz, a PBF_2 derékszögű háromszög pedig hasonló a CAC_1 derékszögű háromszöghöz, mert $QAF_1 \sphericalangle = CBC_1 \sphericalangle$ és $PBF_2 \sphericalangle = CAC_1 \sphericalangle$, ugyanis előbbiek az ABC háromszög körülírt körének rövidebbik AC , utóbbiak pedig a rövidebbik BC ívéhez tartozó érintőszárú, illetve közöséges kerületi szögek (lásd az *ábrát*).



Ezekből viszont következik, hogy az AC_1Q és a BC_1P háromszögek is hasonlóak, mert megegyezik egyik szögük és az azt közrefogó oldalak aránya. Ugyanis

$$\sphericalangle QAC_1 = \sphericalangle QAF_1 + \sphericalangle CAC_1 = \sphericalangle CBC_1 + \sphericalangle PBF_2 = \sphericalangle PBC_1,$$

és a

$$\frac{QA}{AF_1} = \frac{CB}{BC_1} \quad \text{és} \quad \frac{PB}{BF_2} = \frac{CA}{AC_1}$$

egyenlőségekből következően

$$QA \cdot BC_1 = AF_1 \cdot CB = \frac{1}{2} \cdot CA \cdot CB = CA \cdot BF_2 = PB \cdot AC_1,$$

tehát

$$\frac{QA}{AC_1} = \frac{PB}{BC_1}.$$

Vagyis $\sphericalangle AC_1Q = \sphericalangle BC_1P$. De mivel CC_1 merőleges AB -re,

$$\sphericalangle QC_1C = 90^\circ - \sphericalangle AC_1Q = 90^\circ - \sphericalangle BC_1P = \sphericalangle PC_1C.$$

Tehát CC_1 felezi a $\sphericalangle QC_1P$ szöget, ami éppen a bizonyítandó állítás.