Megoldás. A feladat megoldásához először a pozitív x és y számokra az $\frac{1}{x}+\frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y}$ egyenlőtlenséget igazoljuk. Tekintsük az x és y számtani és mértani közepe közötti összefüggést: $\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$. Négyzetre emelés után: $\frac{(x+y)^2}{4} \geq xy$, azaz

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{x+y}{xy} \geq \frac{4}{x+y}.$$

Így

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}, \qquad \frac{4}{a+b}+\frac{4}{c} \geq \frac{16}{a+b+c}, \qquad \frac{16}{a+b+c}+\frac{16}{d} \geq \frac{64}{a+b+c+d}.$$

Adjuk össze a három egyenlőtlenséget:

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{4}{a+b}+\frac{4}{c}+\frac{16}{a+b+c}+\frac{16}{d} \geq \frac{4}{a+b}+\frac{16}{a+b+c}+\frac{64}{a+b+c+d},$$

amiből éppen a bizonyítandó állítást kapjuk.