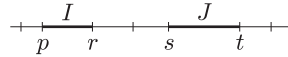


Megoldás. Az egyszerűség kedvéért azonosítsuk az egyenest a számegyenessel. Ekkor mindegyik félegyenes vagy „jobbra végtelen” (azaz a $(+\infty)$ -t tartalmazza), vagy „balra végtelen” (azaz a $(-\infty)$ -t tartalmazza). A pontosan q számú félegyenes által lefedett részek $(q+1)$ -félék lehetnek aszerint, hogy hány jobbra végtelen félegyenes tartalmazza őket (mert ezen félegyenesek száma legalább 0 és legfeljebb q).

Ezután indirekt módon bizonyítjuk állításunkat. Tegyük fel, hogy létezik a félegyeneseknek olyan elrendezése, amelyben legalább $q+2$ részt fed le pontosan q darab félegyenes. Ekkor a skatulya-elv miatt van legalább két egymástól különböző rész, amelyeket ugyanannyi jobbra végtelen félegyenes fed le, amiből persze az is következik, hogy a két részt lefedő balra végtelen félegyenesek száma is egyenlő.



Ha viszont a két rész $I =]p, r[$ és $J =]s, t[$, ahol a jelölést úgy választjuk, hogy $r \leq s$, (lásd az *ábrát*), akkor minden I -t tartalmazó jobbra nyílt félegyenes J -t is tartalmazza, míg minden J -t tartalmazó balra nyílt félegyenes I -t is tartalmazza. Ezért nem lehet az adott félegyenesek közt olyan, amelynek kezdőpontja az $[r, s]$ zárt intervallumba esik, mert ez a félegyenes I és J közül csak pontosan az egyiket tartalmazná. Tehát ellentmondásra jutottunk, s ezzel a bizonyítást befejeztük.