Megoldás. Legyen P a négyszög BD átlójának tetszőleges belső pontja. Ekkor az APC töröttvonal ugyanolyan arányban osztja az $ABCD$ négyszög területét, amilyen arányban P osztja a BD átlót, hiszen az APB és az APD háromszögek A-hoz tartozó magassága is, és a CPB és a CPD háromszögek C-hoz tartozó magassága is közös, tehát

$$\frac{T_{APB}}{T_{APD}} = \frac{PB}{PD} \quad \text{és} \quad \frac{T_{CPB}}{T_{CPD}} = \frac{PB}{PD},$$

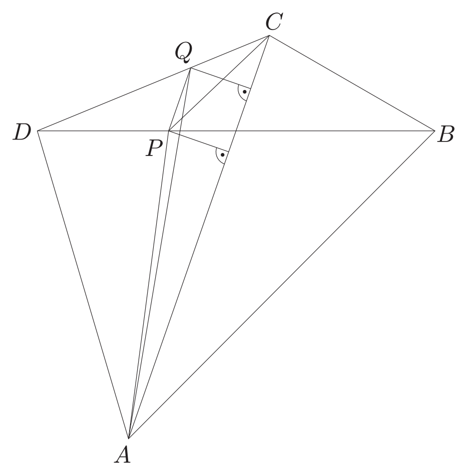
vagyis

$$\frac{T_{APCB}}{T_{APCD}} = \frac{PB}{PD}.$$

Ha a P-n átmenő, az AC átlóval párhuzamos egyenes a BCD töröttvonalat a Q pontban metszi (a szimmetria miatt feltehetjük, hogy Q a CD oldalon van), akkor az APC és az AQC háromszögek területe megegyezik, mert AC oldaluk közös, az ehhez tartozó magasságaik pedig egyenlőek PQ és AC párhuzamossága miatt. Ezért $T_{APCD} = T_{AQD}$, vagyis

$$\frac{T_{APCB}}{T_{AQD}} = \frac{PB}{PD}.$$

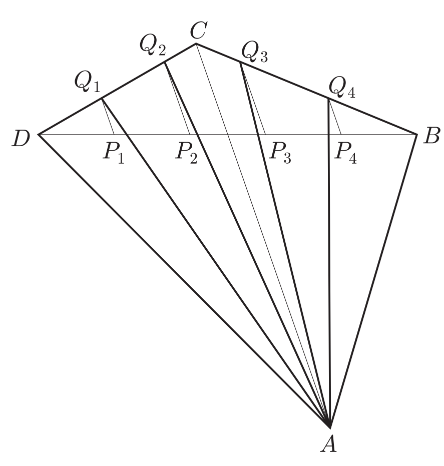
Ha tehát P a BD átló D-hez legközelebbi ötödölőpontja, akkor az AQ egyenes a négyszög területének ötödét vágja le.



1. ábra

Ezek alapján a szerkesztés menete:

- A BD átlót öt egyenlő részre osztjuk (pl. a párhuzamos szelők tételén alapuló szerkesztéssel), az így kapott osztópontok P_1, P_2, P_3 és P_4.
- A P_i $(i = 1, 2, 3, 4)$ pontokon át párhuzamosokat húzunk az AC átlóval, ezeknek és a BCD töröttvonalnak a metszéspontjait Q_i-vel jelöljük.
- Összekötjük A-t a Q_i pontokkal (*2. ábra*).



2. ábra

Az előzőekben leírtakból következik, hogy az AQ_i egyenesek öt egyenlő területű részre osztják az $ABCD$ négyszöget. A szerkesztés a négyszög konvexsége miatt mindig elvégezhető, a feladatnak minden esetben pontosan egy megoldása van.