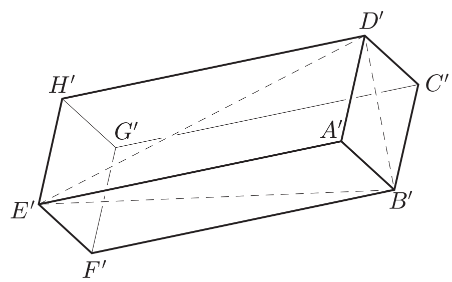
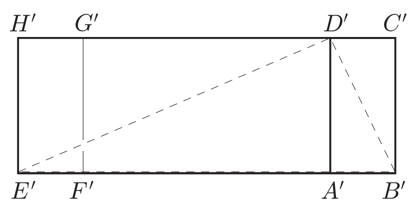
Megoldás. Merőleges vetítésnél konvex halmaz képe konvex halmaz, párhuzamos és egyenlő hosszú szakaszok képei pedig párhuzamosak és egyenlő hosszúak (egymással nem párhuzamos, de egyenlő hosszú szakaszok képei persze általában nem egyenlő hosszúak). Ezért, ha a $\mathcal{T}$ téglatestet vetítjük, a vetület olyan konvex síkidom lesz, amely középpontosan szimmetrikus, és amelyet $\mathcal{T}$ bizonyos éleinek vetületei határolnak. $\mathcal{T}$ élei 3 csoportba oszthatók úgy, hogy minden egyes csoportban 4 egymással párhuzamos, egyenlő hosszúságú él szerepel. Mivel egy konvex síkidomnak legfeljebb két darab, ugyanazzal az egyenessel párhuzamos oldala lehet, azért $\mathcal{T}$ merőleges vetülete olyan középpontosan szimmetrikus hatszög, melynek határoló élei mindhárom csoportból két-két alkalmas él vetületeként jönnek létre, s az egymással szemközti oldalai rendre $\mathcal{T}$ különböző hosszúságú éleinek vetületeként adódnak (*1. ábra*, P' jelöli a P pont merőleges vetületét). Ha a vetítés olyan egyenes mentén történik, amely nem párhuzamos $\mathcal{T}$ egyik lapsíkjával sem, akkor a vetület valódi hatszög, ha pedig a vetítés nem ilyen egyenes mentén történik, akkor a hatszög elfajuló (ilyen látható a *2. ábrán*).



1. ábra



2. ábra

Választhatjuk $\mathcal{T}$ csúcsainak jelölését úgy, hogy a merőleges vetületnek A' és G' ne legyen csúcsa. Ekkor a $B'C'D'H'E'F'$ (esetleg elfajuló) vetületi hatszöget az $A'B'$, $A'D'$ és $A'E'$ szakaszok paralelogrammákra bontják. E paralelogrammák területét a $B'D'$, $D'E'$ és $E'B'$ átlók rendre felezik, ezért a $B'D'E'$ háromszög területe éppen fele a $\mathcal{T}$ vetületeként adódó hatszög területének.

A BDE háromszög oldalai $\mathcal{T}$ lapátlói. A lapátlók hossza a Pitagorasz-tétel alapján

$$e = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5, \quad f = \sqrt{3^2 + 12^2} = \sqrt{153} \quad \text{és} \quad g = \sqrt{4^2 + 12^2} = \sqrt{160}.$$

A $B'D'E'$ háromszög területe nem lehet nagyobb a BDE háromszög t területénél, melyet a Héron-képlet alapján kiszámolhatunk:

$$t = \sqrt{\frac{e+f+g}{2} \cdot \frac{e+f-g}{2} \cdot \frac{e-f+g}{2} \cdot \frac{-e+f+g}{2}} =$$

$$= \frac{1}{4}\sqrt{\left((e+f)^2 - g^2\right)\left(g^2 - (e-f)^2\right)} =$$

$$= \frac{1}{4}\sqrt{\left(10\sqrt{153} + 18\right)\left(10\sqrt{153} - 18\right)} = \frac{1}{4}\sqrt{15\,300 - 324} = 6\sqrt{26}.$$

Tehát $\mathcal{T}$ merőleges vetületének területe nem lehet nagyobb, mint $12\sqrt{26}$, ami el is érhető, ha a téglatestet egy olyan síkra vetítjük, amely párhuzamos $\mathcal{T}$ valamely két, közös csúcsból kiinduló lapátlójával.