Megoldás. Ha létezik olyan p prímszám, hogy $p \nmid n$ és $p < \sqrt{n}$, akkor $p^2 < n$ és $(p^2; n) = 1$, de p^2 nem prímszám. Ezért ha n osztatlan szám, akkor az összes $\sqrt{n}$-nél kisebb prímmel oszthatónak kell lennie.

Ez a feltétel elegendő is: ha $k < n$ és k összetett, akkor k-nak van $\sqrt{k}$-nál nem nagyobb prímosztója; ez a prímosztó kisebb, mint $\sqrt{n}$, így összetett k-ra $(k; n) > 1$.

$n = 3$ és $n = 4$ nyilván osztatlan.

Ha $n \geq 5$, akkor – a prímszámok növekvő sorozatát $p_1, p_2, \ldots$-vel jelölve – a $\sqrt{n}$-nél kisebb prímek legyenek $p_1, p_2, \ldots, p_i$. Ha n osztatlan szám, akkor az előbbiek szerint $n = a \cdot p_1 \cdot p_2 \cdot \ldots \cdot p_i$ $(a \in \mathbb{N}^+)$ és nyilván $n \leq p_{i+1}^2$, tehát

$$p_1 \cdot p_2 \cdot \ldots \cdot p_i \leq p_{i+1}^2.$$

Csebisev tétele szerint $p_{i+1} < 2p_i$ és $p_i < 2p_{i-1}$, ezért ha $i \geq 3$, akkor

$$p_1 \cdot p_2 \cdot \ldots \cdot p_{i-2} \leq \frac{p_{i+1}^2}{p_i \cdot p_{i-1}} < \frac{4p_i^2}{p_i \cdot p_{i-1}} = \frac{4p_i}{p_{i-1}} < 8,$$

így $2 \cdot 3 \cdot 5 > 8$ miatt $i \leq 4$. Mivel $i \geq 1$, négy eset van:

a) $i = 1$, ekkor $5 \leq n \leq 9$ ($\sqrt{n} \leq 3$ miatt; és mindig csak az új lehetséges n-eket vizsgáljuk) és $2 \mid n$ szükséges. A megfelelő számok a 6 és a 8.

b) $i = 2$, ekkor $10 \leq n \leq 25$ és $2 \cdot 3 = 6 \mid n$ szükséges. A lehetséges számok: 12, 18 és 24.

c) $i = 3$, ekkor $26 \leq n \leq 49$ és $2 \cdot 3 \cdot 5 = 30 \mid n$ szükséges, így csak az $n = 30$ felel meg.

d) $i = 4$, ekkor $50 \leq n \leq 121$ és $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210 \mid n$ szükséges, ami nyilván lehetetlen.

Az előbbiek szerint a fent felsorolt számok mind osztatlanok, ezért összesen 8 darab 2-nél nagyobb osztatlan szám van: 3, 4, 6, 8, 12, 18, 24, 30.