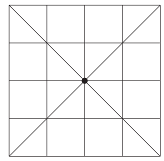
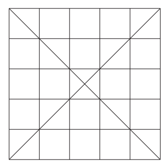
Megoldás. Az $n \times n \times n$-es kocka bármelyik testátlója n darab kis egységkockát metsz át. Ezt könnyen beláthatjuk, ha a kockát merőlegesen levetítjük alaplapjának síkjára. A vetület egy $n \times n$-es négyzet, a testátlók vetületei a lapátlók.



pl. $n = 4$

A kocka 4 testátlójának mindegyike áthalad a kocka középpontján.

Ha n páros, akkor mindegyik átló n egységkockán megy át, metszéspontjuk egy kis egységkocka egyik csúcsa. Így nincs olyan egységkocka, amelyet mindegyik átló átmetsz. A metszett kockák száma $4n$, a feltétel szerint a nem metszett kockák száma $8n$. De ekkor $4n + 8n = 12n = n^3$, ahonnan $n^2 = 12$, ami nem megoldás.



pl. $n = 5$

Ha n páratlan, akkor a középső kis kockán minden átló áthalad, ezért a metszett kockák száma $4n - 3$; a nem metszetteké $8n - 6$ és így $12n - 9 = n^3$. Innen $n(12 - n^2) = 9$, azaz $n = 3$ megoldás, vagyis a $3 \times 3 \times 3$-as kocka eleget tesz a feladat követelményének.