

Megoldás. Ha az a, b, c pozitív számok egy mértani sorozat egymás utáni elemei, akkor felírhatjuk őket így is:

$$a = a, \quad b = aq \quad \text{és} \quad c = aq^2, \quad \text{ahol} \quad q > 0.$$

Helyettesítsük ezt be az adott kifejezésekbe:

$$(1) \quad a + b + c = a + aq + aq^2 = a(1 + q + q^2),$$

$$(2) \quad \sqrt{3(ab + bc + ca)} = \sqrt{3a^2q(1 + q + q^2)},$$

és

$$(3) \quad \sqrt[3]{27abc} = 3aq.$$

Könnyen beláthatjuk, hogy (3), (2) és (1) ilyen sorrendben mértani sorozatot alkot, mivel

$$\frac{\sqrt{3a^2q(1 + q + q^2)}}{3aq} = \frac{a(1 + q + q^2)}{\sqrt{3a^2q(1 + q + q^2)}}$$

valóban teljesül.