

Megoldás. $\sin \alpha$ pontosan akkor 0, ha α π -nek egész számú többszöröse, ezért az x egész szám akkor lesz megoldása az egyenletnek, ha $x - \sqrt{x^2 - 3x - 12}$ 3-mal osztható egész. Az oszthatóság miatt $\sqrt{x^2 - 3x - 12}$ -nek is egésznek kell lennie, jelöljük ezt a -val ($a \geq 0$).

Ekkor

$$x^2 - 3x - 12 = a^2.$$

4-gyel szorozva, majd teljes négyzetté kiegészítve:

$$4x^2 - 12x - 48 = 4a^2, \quad (2x - 3)^2 - 4a^2 = 57.$$

Szorozattá alakítva:

$$(2x - 3 + 2a)(2x - 3 - 2a) = 57.$$

Mivel $a \geq 0$, $2x - 3 + 2a \geq 2x - 3 - 2a$. Az 57 prímtényezős felbontása: $57 = 3 \cdot 19$, így a következő esetek lehetségesek:

$2x - 3 + 2a$	$2x - 3 - 2a$	$4a$	a	x	$x - a$
57	1	56	14	16	2
19	3	16	4	7	3
-1	-57	56	14	-13	-27
-3	-19	16	4	-4	8

A táblázatból leolvashatjuk, hogy $x - a$ akkor lesz osztható 3-mal, ha $x = 7$, vagy $x = -13$.

Helyettesítéssel meggyőződhetünk, hogy ezek valóban megoldásai az egyenletnek.