Megoldás. Jelölje x a bot azon részének hosszát, amely a súrlódó felület felett található. Mivel a bot egyenletesen nyomja a csövet, az x hosszú részét

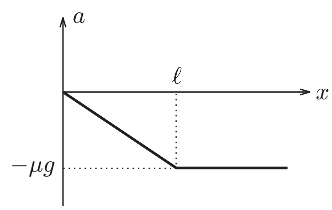
$$K = \frac{x}{\ell}\,mg$$

erő szorítja a súrlódó felülethez, a súrlódási erő tehát $S = -\mu K = -\mu\frac{x}{\ell}\,mg$. (A negatív előjel azt fejezi ki, hogy a súrlódási erő a bot mozgásirányával ellentétes irányú.)

A bot vízszintes irányú mozgásegyenlete $S = ma$, ahonnan

$$a(x) = -\frac{\mu g}{\ell}\cdot x.$$

Ez az összefüggés, amely alakilag megegyezik a harmonikus rezgőmozgás egyenletével, csak addig érvényes, amíg a bot még nem csúszott át teljes egészében a másik csőbe, vagyis amíg $x \le \ell$. Ha $x > \ell$, akkor a súrlódási erő állandó, $-\mu mg$ értékű, a bot gyorsulása tehát ilyenkor $-\mu g$. A bot gyorsulás-elmozdulás függvénye az *ábrán* látható grafikonnal szemléltethető.



A bot mozgásának időbeli leírásához két esetet kell megkülönböztetnünk.

a) Ha a súrlódás elegendően nagy ahhoz, hogy a bot még a másik csőbe való teljes átcsúszás előtt megálljon, akkor a lefékeződés időtartama – a mozgásegyenlet és a rezgőmozgás egyenletének hasonló alakja miatt – egy harmonikus rezgőmozgás negyed periódusideje:

$$t = \frac{1}{4}\,T = \frac{1}{4}\cdot\frac{2\pi}{\omega},$$

ahol a körfrekvencia (mint az a rezgőmozgás $a = -\omega^2 x$ összefüggéséből leolvasható)

$$\omega = \sqrt{\frac{\mu g}{\ell}}.$$

A bot megállásáig eltelt idő ezek szerint

$$t = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{\ell}{\mu g}},$$

feltéve, hogy ennyi idő alatt a bot még nem tett meg ℓ utat. Ennek feltételét pl. a munkatétel segítségével fogalmazhatjuk meg: a súrlódási erő munkája ℓ úton nagyobb kell legyen, mint a test kezdeti mozgási energiája:

$$\frac{\mu mg}{2}\,\ell > \frac{1}{2}\,mv_0^2, \quad \text{azaz} \quad \mu > \frac{v_0^2}{g\ell}.$$

b) Ha $\mu < \dfrac{v_0^2}{g\ell}$, akkor a bot bizonyos t_1 ideig ω körfrekvenciájú harmonikus rezgőmozgás részfolyamatát végzi, majd miután teljes egészében átjutott a másik csőbe és a sebessége v_1 értékre csökkent, valamekkora t_2 idő alatt egyenletesen lassulva megáll. A megállásig eltelt teljes idő t_1 és t_2 összege.

A v_1 sebességet ismét a munkatétel segítségével határozhatjuk meg:

$$\frac{\mu mg}{2}\,\ell = \frac{1}{2}\,mv_0^2 - \frac{1}{2}\,mv_1^2, \quad \text{ahonnan} \quad v_1 = \sqrt{v_0^2 - \mu g\ell}.$$

Másrészt igaz, hogy a bot sebessége a harmonikus rezgőmozgás során $v(t) = v_0\cos\omega t$ módon változik, tehát $v_1 = v_0\cos\omega t_1$, ahonnan

$$t_1 = \frac{1}{\omega}\arccos\frac{v_1}{v_0} = \sqrt{\frac{\ell}{\mu g}}\arccos\sqrt{1-\frac{\mu g\ell}{v_0^2}} = \sqrt{\frac{\ell}{\mu g}}\arcsin\sqrt{\frac{\mu g\ell}{v_0^2}}.$$

A mozgás második szakasza v_1 kezdősebességgel induló, $-a = \mu g$ lassulással mozgó test megállásáig, vagyis

$$t_2 = -\frac{v_1}{a} = \frac{\sqrt{v_0^2 - \mu g\ell}}{\mu g}$$

ideig tart. A bot lelassulásának teljes ideje

$$t = t_1 + t_2 = \sqrt{\frac{\ell}{\mu g}} \arcsin \sqrt{\frac{\mu g \ell}{v_0^2}} + \frac{\sqrt{v_0^2 - \mu g \ell}}{\mu g}.$$

A kétféle megoldás $\mu = \dfrac{v_0^2}{g\ell}$ határesetben ugyanazt az értéket adja:

$$t = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\ell}{v_0}.$$

Megjegyzés. Sok versenyző – tévesen – úgy gondolta, hogy mivel $a(x)$ lineáris függvény, számolhat a legnagyobb és a legkisebb gyorsulás átlagával (számtani közepével). Ez azért nem helyes, mert a gyorsulás itt most a megtett út függvényében változik lineárisan, nem pedig időben (ez utóbbi esetben jogos lenne az „átlagolás”).