

Bizonyítsuk be, hogy az $F(x, y) = \sqrt{xy}$ függvény konkáv, a $\log(a^x + a^y)$ függvény konvex, az $x_1^{q_1} x_2^{q_2}$ és általában az $x_1^{q_1} x_2^{q_2} \dots x_n^{q_n}$ függvény konkáv (q_1, q_2 ill. q_1, q_2, \dots, q_n adott pozitív számok, melyekre $q_1 + q_2 = 1$ ill. $q_1 + q_2 + \dots + q_n = 1$ és az x_1, x_2 ill. x_1, x_2, \dots, x_n változók csak pozitív értéket vehetnek fel.)

Bizonyítsuk be az

$$(1) \quad \begin{aligned} & (x_1^{(1)} + x_1^{(2)} + \dots + x_1^{(k)})^{q_1} (x_2^{(1)} + x_2^{(2)} + \dots + x_2^{(k)})^{q_2} \dots \\ & \dots (x_n^{(1)} + x_n^{(2)} + \dots + x_n^{(k)})^{q_n} \geq x_1^{(1)q_1} x_2^{(1)q_2} \dots x_n^{(1)q_n} + \\ & + x_1^{(2)q_1} x_2^{(2)q_2} \dots x_n^{(2)q_n} + \dots + x_1^{(k)q_1} x_2^{(k)q_2} \dots x_n^{(k)q_n} \end{aligned}$$

egyenlőtlenséget.