

Mutassuk meg, hogy egy $f(x)$ függvény akkor és csakis akkor konvex, ha megvan a következő tulajdonsága: valahányszor $u_1, u_2, \dots, u_k, v_1, v_2, \dots, v_k$ olyan számok, melyekre

$$u_1 \geq u_2 \geq \dots \geq u_k; \quad v_1 \geq v_2 \geq \dots \geq v_k$$

és

$$(18) \quad \begin{aligned} &u_1 < v_1, \quad u_1 + u_2 < v_1 + v_2, \dots, \\ &u_1 + u_2 + \dots + u_{k-1} < v_1 + v_2 + \dots + v_{k-1}, \end{aligned}$$

de

$$u_1 + u_2 + \dots + u_k = v_1 + v_2 + \dots + v_k$$

akkor

$$(19) \quad f(u_1) + f(u_2) + \dots + f(u_k) < f(v_1) + f(v_2) + \dots + f(v_k).$$

(Az állítás első felének bizonyításához felhasználhatjuk a 386. feladat eredményét, a második felére pedig abból következtethetünk, hogy a fenti egyenlőtlenség alkalmas helyettesítéssel a szimmetrikus Jensen-egyenlőtlenségbe megy át).