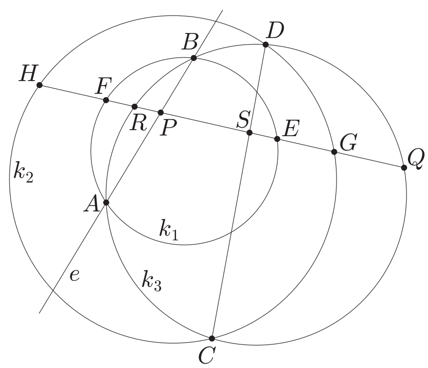
Megoldás. Legyenek a PQ egyenes metszéspontjai a k_1, k_2 körökkel és az ABQ háromszög köré írt k_3 körrel E, F, G, H és R az *ábra* szerint. A Q, G, E, P, F, H pontok az e egyenes választásától nem függnek, és mindig ebben a sorrendben helyezkednek el.



A P pontnak a k_1 és k_3 körökre vonatkozó hatványából $PE \cdot PF = PA \cdot PB = PQ \cdot PR$. Ebből következik, hogy a $PR = \dfrac{PE \cdot PF}{PQ}$ előjeles távolság állandó, és így az R pont is rögzített. Az R pont a PF szakasznak belső pontja, mert $0 < \dfrac{PR}{PF} = \dfrac{PE}{PQ} < 1$. Ebből következik, hogy R belső pontja a k_1 és a k_2 köröknek is.

A P pont az AB szakasz belsejébe esik, mert P belső pontja k_1-nek; az A és B pontokat ezért a PQ egyenes elválasztja. Tekintsük azt a három körívet, amelyre a k_3 kört az A, B és Q pontok felosztják. Az A és B pontok a k_2 belsejében vannak, a Q pont pedig kívül. Ebből következik, hogy a három ív közül a QA és QB ívek metszik a k_2 kört, tehát a C és D pontok ezen a két köríven helyezkednek el. A Q, D, B, R, A és C pontok tehát mindig az ábrán látható sorrendben követik egymást a k_3 körön. Ebből következik, hogy a CD és PQ szakaszok metszik egymást. A metszéspontot jelöljük S-sel.

Azt állítjuk, hogy az S pont sem függ az e egyenes megválasztásától. Az S pontnak a k_2 és k_3 körökre vonatkozó hatványából $SG \cdot SH = SC \cdot SD = SQ \cdot SR$. Az előjeles szorzat negatív, ezért az S pont a QR és a GH szakasznak is belső pontja, tehát a PQ egyenesen G és R között helyezkedik el. Az SG szakasz előjeles hosszával kifejezve az SH, SR és SQ előjeles távolságokat,

$$SG \cdot SH = SQ \cdot SR, \qquad SG \cdot (SG - HG) = (SG + GQ) \cdot (SG - RG)$$

$$SG = \frac{RG \cdot GQ}{HG + GQ - RG} = \frac{RG \cdot GQ}{HR + GQ}.$$

Az SQ szakasz előjeles hossza tehát állandó, az S pont nem függ az e egyenes megválasztásától.

Megjegyzés. Több versenyző elfeledkezett a pontok lehetséges helyzeteinek vizsgálatáról, és csak annyit bizonyított be, hogy a CD egyenesek egy ponton mennek át. Ők 4 pontot kaptak.