I. megoldás. Az első két egyenlet megfelelő oldalainak kivonásából következik, hogy

$$(z-y)(z+y)+x(z-y)=6, \quad \text{azaz} \quad (z-y)(x+y+z)=6. \tag{1}$$

A második két egyenlet megfelelő oldalait kivonva kapjuk, hogy:

$$(y-x)(y+x)+z(y-x)=6, \quad \text{azaz} \quad (y-x)(x+y+z)=6. \tag{2}$$

(1)-ből és (2)-ből következik: $y-x=z-y$, vagyis $z=2y-x$.

Az utóbbit helyettesítsük be az eredeti második egyenletbe, ekkor az első egyenlet felhasználásával felírható a következő egyenletrendszer:

$$\left.\begin{aligned} x^2+4y^2-2xy&=13\\ x^2+y^2+xy&=7,\end{aligned}\right\}$$

amiből kapjuk:

$$7x^2+28y^2-14xy=91,$$

$$13x^2+13y^2+13xy=91.$$

Az alsóból a felsőt kivonva, majd 3-mal osztva: $2x^2-5y^2+9xy=0$, amit szorzattá bonthatunk: $(x+5y)(2x-y)=0$. Mivel $x+5y>0$, azért $y=2x$, $z=2\cdot 2x-x=3x$. Ekkor az eredeti első egyenlet: $x^2+4x^2+2x^2=7$, vagyis $x^2=1$.

Mivel $x>0$, azért $x=1$, $y=2$, $z=3$. Ellenőrizhetjük, hogy valóban mindhárom egyenletet teljesítik ezek a számok.

II. megoldás. Értelmezzük az egyenleteket egy-egy háromszögre felírt koszinusztételként. A $\sqrt{7}$, x, y oldalú háromszögben

$$\left(\sqrt{7}\right)^2=x^2+y^2-2\cos\alpha\cdot xy=x^2+y^2+xy.$$

Itt $-2\cos\alpha=1$, amiből $\cos\alpha=-\dfrac{1}{2}$, vagyis $\alpha=120^\circ$.

Hasonlóképpen a $\sqrt{13}$, x, z és a $\sqrt{19}$, y, z oldalú háromszögekben:

$$\left(\sqrt{13}\right)^2=x^2+z^2-2\cos\beta\cdot xz, \quad \text{ahol} \quad \beta=120^\circ,$$

$$\left(\sqrt{19}\right)^2=y^2+z^2-2\cos\gamma\cdot yz \quad \text{ahol} \quad \gamma=120^\circ.$$

Ezekben a háromszögekben tehát az ismert oldalakkal szemben rendre 120°-os szög van. A három háromszöget 120°-os szögüknél összeillesztve egyetlen háromszöget kapunk, melynek oldalai: $\sqrt{7}$, $\sqrt{13}$, $\sqrt{19}$. Az illesztési pont a háromszög izogonális pontja lesz, egy háromszögnek pedig legfeljebb egy ilyen pontja van. Ez azt jelenti, hogy az egyenletnek legfeljebb egy megoldása van. Egy megoldást viszont tudunk mondani, ez a következő: $x=1$, $y=2$, $z=3$.