Bizonyítsuk be, hogy ha egy függvény kielégíti a (2) kéttagú szimmetrikus Jensen-egyenlőtlenséget, akkor teljesül a négytagú, a nyolctagú, általában a 2^j tagú szimmetrikus Jensen-egyenlőtlenség is ($j = 2, 3, 4, \ldots$).

$$f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right) < \frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}. \tag{2}$$

Tetszésszerinti $x_1, x_2, \ldots, x_n$ számokhoz határozzuk meg azt az y-t, amelyet még hozzávéve a számokhoz, az így kapott $n+1$ szám számtani közepe ugyanaz maradjon, ami az eredeti n számé volt. Bizonyítsuk be, hogy ha egy függvényre teljesül valamilyen tagszámú szimmetrikus Jensen-egyenlőtlenség, akkor teljesül minden kisebb tagszámú is. [1]

[1] A két eredmény együtt azt adja, hogy ha egy függvényre teljesül a kéttagú szimmetrikus Jensen-egyenlőtlenség, akkor teljesül bármilyen k-ra a k-tagú is. A feladatból adódó rendkívül szellemes és elegáns bizonyítás Cauchy (ejtsd: Kósi) múlt századbeli kiváló francia matematikustól ered. Az ő nevével gyakran fog találkozni, aki alaposabban meg akar ismerkedni a matematikával.

Ennek az eredménynek sok más bizonyítása is ismeretes. Még egyet feladunk, ami egy lépésben adja a bizonyítását.