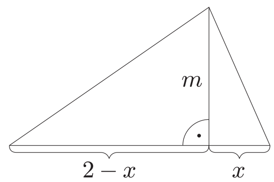
Megoldás. A háromszög területe nem csökken, ha akkorára nagyítjuk, hogy a legnagyobb oldala 2 legyen. Jelölje az ehhez tartozó magasságot m, ami az oldalt x és $2-x$ hosszúságú szakaszokra vágja. Mivel a legnagyobb oldallal szemben van a háromszög legnagyobb szöge, a 2 hosszúságú oldalon fekvő szögek hegyesszögek, így $0 < x < 2$. Pitagorasz tétele szerint a másik két oldal $\sqrt{m^2+x^2} \le 2$ és $\sqrt{m^2+(2-x)^2} \le 2$.



A háromszög akkor jön létre, ha ennek a két egyenlőtlenségnek, illetve a belőlük négyzetre emeléssel, valamint rendezéssel kapott, velük ekvivalens $x^2 \le 4-m^2$ és az $x^2-4x+m^2 \le 0$ egyenlőtlenségeknek van közös x megoldása. Külön-külön az egyenlőtlenségek megoldása:

$$0 < x \le \sqrt{4-m^2} \quad \text{és} \quad 2-\sqrt{4-m^2} \le x \le 2+\sqrt{4-m^2}.$$

Közös megoldás pontosan akkor létezik, ha $2-\sqrt{4-m^2} \le \sqrt{4-m^2}$, azaz $2 \le 2\sqrt{4-m^2}$, $1 \le \sqrt{4-m^2}$, $1 \le 4-m^2$, vagyis $m \le \sqrt{3}$. Így a háromszög területe $t = \dfrac{1}{2} \cdot 2m = m \le \sqrt{3}$, és a maximális $\sqrt{3}$ értéket akkor veszi fel, ha $m = \sqrt{3}$, $x = 1$. Ekkor a háromszög szabályos, másik két oldalának hossza is 2 egység.