

Számítsuk ki az  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_k, y_k)$  pontokban rendre elhelyezett  $p_1, p_2, \dots, p_k$  súlyok súlypontjának abszcisszáját és ordinátáját.

Bizonyítsuk be, hogy bármilyen sorrendben is vesszük a pontokat a fenti eljárásban, ugyanazt a súlypontot kapjuk. Ugyanezt a számot kapjuk-e akkor is, ha a pontokat csoportokra választjuk és az egyes csoportok súlypontjainak számítjuk ki a súlypontját?

Bizonyítsuk be a 312. feladat alapján, hogy egy függvény akkor és csak akkor konvex, ha minden  $x_1, x_2, \dots, x_k$ -ra és minden pozitív  $p_1, p_2, \dots, p_k$ -ra

$$\begin{aligned} f\left(\frac{p_1x_1 + p_2x_2 + \dots + p_kx_k}{p_1 + p_2 + \dots + p_k}\right) &\leq \\ &\leq \frac{p_1f(x_1) + p_2f(x_2) + \dots + p_kf(x_k)}{p_1 + p_2 + \dots + p_k} \end{aligned}$$

vagy minden pozitív  $q_1, q_2, \dots, q_k$ -ra melyek összege 1,

$$(D') \quad f(q_1x_1 + q_2x_2 + \dots + q_kx_k) \leq q_1f(x_1) + q_2f(x_2) + \dots + q_kf(x_k).$$

Mikor állhat fenn egyenlőség? (Mi az egyenlőség fizikai értelme?)

Ez a „többtagú ( $k$ -tagú) súlyozott Jensen-egyenlőség”. Hogy szól a  $k$ -tagú szimmetrikus Jensen-egyenlőség?