

**315.** Legyen  $p_1$  és  $p_2$  pozitív szám,  $q_1 = \frac{p_1}{p_1 + p_2}$ ,  $q_2 = \frac{p_2}{p_1 + p_2}$  (tehát  $q_1 + q_2 = 1$ ). Nevezzük az  $x_1, x_2$  számok  $p_1$  és  $p_2$ , ill.  $q_1$  és  $q_2$  súlyokkal súlyozott számtani-, négyzetes-, illetőleg harmonikus közepének sorra a

$$\frac{p_1 x_1 + p_2 x_2}{p_1 + p_2} = q_1 x_1 + q_2 x_2; \quad \sqrt{\frac{p_1 x_1^2 + p_2 x_2^2}{p_1 + p_2}} = \sqrt{q_1 x_1^2 + q_2 x_2^2};$$

$$\frac{p_1 + p_2}{\frac{p_1}{x_1} + \frac{p_2}{x_2}} = \frac{1}{\frac{p_1}{x_1} + \frac{p_2}{x_2}} = \frac{1}{\frac{q_1}{x_1} + \frac{q_2}{x_2}}$$

kifejezéseket. Bizonyítsuk be, hogy a súlyozott harmonikus közép nem lehet nagyobb, mint a súlyozott számtani közép, ez pedig nem nagyobb a súlyozott négyzetes középénél. Mikor lehetnek egyenlők?

Írjuk fel a megfelelő egyenlőtlenségeket, ha  $p_1 = p_2$ , ( $q_1 = q_2$ ).