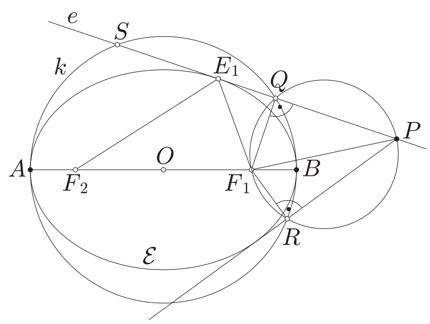
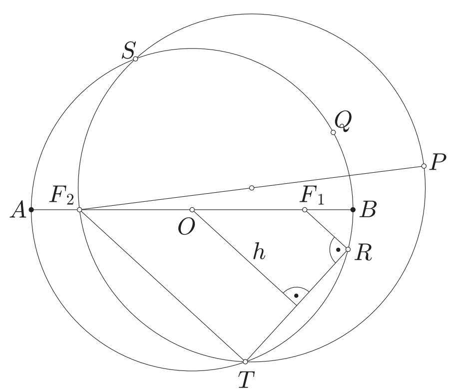
I. megoldás. Jelöljük a nagytengely két adott végpontját A-val, illetve B-vel, az ellipszis fókuszait F_1-gyel és F_2-vel, főkörét (ami nem más, mint az AB szakasz Thalész-köre) pedig k-val (*1. ábra*).



1. ábra

Ismert (lásd pl. *Kiss Gy.: Amit jó tudni a kúpszeletekről* c. cikkét e számunk 450. oldalán), hogy egy g egyenes pontosan akkor érinti $\mathcal{E}$-t, ha F_1-ből és F_2-ből a g-re állított merőlegesek talppontjai k-n vannak. Ezt felhasználva a szerkesztés menete: Megszerkesztjük az AB szakasz Thalész-körét, k-t, majd pedig k és e metszéspontjait, Q-t és S-et. Ezek egyikében – az ábrán Q-ban – merőlegest állítunk e-re, ez a merőleges kimetszi az AB szakaszból $\mathcal{E}$ egyik fókuszát, F_1-et. Megrajzoljuk az F_1P szakasz Thalész-körét, ennek és k-nak a Q-tól különböző R metszéspontja lesz az F_1-ből a P-n átmenő $\mathcal{E}$-hez húzható másik érintőre bocsátott merőleges talppontja. Végül összekötve P-t R-rel kapjuk a keresett érintőt.

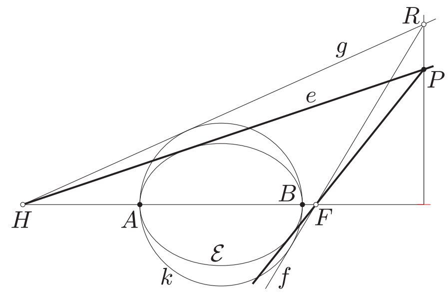
Ha e két különböző pontban metszi k-t, de nem metszi az AB szakaszt, akkor egy megoldása van a feladatnak. Ha ugyanis Q és F_1 helyett az S és F_2 pontokat használjuk a szerkesztéshez, akkor az F_2P szakasz Thalész-körének és k-nak az S-től különböző T metszéspontjára teljesül, hogy RT felezőmerőlegese, h, átmegy k középpontján, O-n. Viszont O egyúttal az F_1F_2 szakasz felezőpontja is, ezért F_1R és h párhuzamosságából következik h és F_2T párhuzamossága (*2. ábra*), tehát T rajta van F_2P Thalész-körén. Ha e két pontban metszi k-t, de metszi az AB szakaszt is, akkor nyilván nincs megoldás. Ha e érinti k-t és az érintési pont A vagy B, akkor az adatok alapján nem lehet meghatározni a P-ből húzható másik érintőt. Ha e olyan pontban érinti k-t, amely A-tól is és B-től is különbözik, akkor $\mathcal{E}$ megegyezik k-val (a kört elfajult ellipszisnek tekinthetjük). Ebben az esetben P-ből az ismert módon szerkeszthetünk érintőt k-hoz. Végül, ha e-nek és k-nak nincs közös pontja, akkor a feladatnak nincs megoldása.



2. ábra

II. megoldás. A jelölések és a diszkusszió megegyezik az I. megoldásban leírtakkal, csak a szerkesztés menetére adunk más eljárást.

Ismert, hogy k-t egy olyan merőleges tengelyes affinitás viszi át $\mathcal{E}$-be, melynek tengelye az AB egyenes. Ennek az affinitásnak az inverze az e egyenest a k kört érintő g egyenesbe viszi. Legyen e és az AB egyenes metszéspontja H. Ekkor H az affinitásnál helyben marad, ezért g is átmegy rajta. Tehát g-t megkapjuk, ha H-ból megszerkesztjük azt a k-hoz húzott érintőt, amelyik az AB egyenesnek ugyanazon az oldalán érinti k-t, ahol P van. Ha P-nek az affinitás inverzénél kapott képét R jelöli, akkor R-t megszerkeszthetjük, mert ez a P-ből AB-re állított merőleges és g metszéspontja. Ezután szerkesszük meg az R-ből k-hoz húzott másik érintőt, jelöljük ezt f-fel. Mivel a k-t $\mathcal{E}$-be vivő affinitás k érintőit $\mathcal{E}$ érintőibe viszi, azért f-nek az affinitásnál kapott képe éppen a keresett érintő. Ezt legegyszerűbben úgy szerkeszthetjük meg, hogy f és az AB egyenes – a *3. ábrán* F-fel jelölt – metszéspontját (ami az affinitás fixpontja) összekötjük P-vel.



3. ábra