Megoldás. A feltételek: $p(0) = 0$, $p(1) = 1$, $p(-1) = 3$,

$$p(x) = 1 \cdot x^n + a_1 x^{n-1} + \ldots + a_{n-1}x + a_n, \quad n \geq 1, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Helyettesítsük a polinomba az $x = 0$ értéket: kapjuk, hogy $a_n = 0$.

Ha $n = 1$, akkor $p(x) = x + 0$. Erre a polinomra $p(-1) \neq 3$.

Ha $n = 2$, akkor $p(x) = x^2 + a_1 x + 0$. Helyettesítsük az $x = 1$ értéket: $p(1) = 1 + a_1 = 1$, tehát $a_1 = 0$. A kapott polinom: $p(x) = x^2$, de $p(-1) \neq 3$.

Ha $n = 3$, akkor $p(x) = x^3 + a_1 x^2 + a_2 x + 0$.

Helyettesítsük az $x = 1$ értéket: $p(1) = 1 + a_1 + a_2 = 1$, tehát $a_1 + a_2 = 0$.

Helyettesítsük az $x = -1$ értéket: $p(-1) = -1 + a_1 - a_2 = 3$, tehát $a_1 - a_2 = 4$. Innen: $a_1 = 2$, $a_2 = -2$.

A keresett polinom tehát $p(x) = x^3 + 2x^2 - 2x$, hiszen valamennyi feltételnek eleget tesz.