

Megoldás. Az egyenletnek minden egész szám megoldása, hiszen ilyenkor mindkét oldalon nulla áll. Ugyancsak megoldás minden 0 és 1 közötti valós szám is, hiszen ezekre $[x] = 0$. A továbbiakban legyen $x = n + \alpha$, ahol $n = [x] \neq 0$ egész, $0 < \alpha = \{x\} < 1$. Megmutatjuk, hogy ilyen x szám nem lehet megoldás. Ehhez felhasználjuk, hogy ha a és b pozitívak és $k \geq 2$ egész, akkor a binomiális tétel szerint

$$(a + b)^k = a^k + b^k + \left(\sum_{i=1}^{k-1} \binom{k}{i} a^i b^{k-i} \right) > a^k + b^k.$$

Tegyük fel először, hogy $n \geq 1$, ekkor n és α pozitívak, azért $(n + \alpha)^{2003} > n^{2003} + \alpha^{2003}$, így $x^{2003} \neq [x]^{2003} + \{x\}^{2003}$, azaz $x^{2003} - [x]^{2003} \neq (x - [x])^{2003}$. Ha pedig $n \leq -1$, akkor $-(n + \alpha) > 0$ és $\alpha > 0$ miatt

$$\begin{aligned} -[x]^{2003} &= (-(n + \alpha) + \alpha)^{2003} > (-(n + \alpha))^{2003} + \alpha^{2003} = \\ &= -x^{2003} + (x - [x])^{2003}, \end{aligned}$$

tehát $-[x]^{2003} \neq -x^{2003} + (x - [x])^{2003}$, azaz $x^{2003} - [x]^{2003} \neq (x - [x])^{2003}$. Az egyenlet megoldásai tehát az egész számok és az 1-nél kisebb pozitív számok.