

Megoldás. A nevezőkkel beszorzunk és rendezzük:

$$\begin{aligned}b(a+b)^n - b(a-b)^n &= a(a+b)^n + a(a-b)^n, \\b(a+b)^n - a(a+b)^n &= a(a-b)^n + b(a-b)^n, \\(b-a)(a+b)^n &= (a+b)(a-b)^n, \\(a+b)(a-b)^n - (b-a)(a+b)^n &= 0, \\(a+b)(a-b)^n + (a-b)(a+b)^n &= 0, \\(a+b)(a-b)[(a-b)^{n-1} + (a+b)^{n-1}] &= 0.\end{aligned}$$

1. eset: $(a+b)(a-b) = 0$, amiből $a = b$ következik, hiszen a és b pozitív számok.

2. eset: $(a-b)^{n-1} + (a+b)^{n-1} = 0$.

Ha n páratlan, akkor $n-1$ páros, vagyis $(a-b)^{n-1} \geq 0$. A feladat feltételei szerint $a+b > 0$, vagyis $(a+b)^{n-1} > 0$. Így $(a-b)^{n-1} + (a+b)^{n-1} > 0$.

Ha n páros, akkor $n-1$ páratlan, vagyis ha $(a-b)^{n-1} + (a+b)^{n-1} = 0$ lenne, akkor $(a+b)^{n-1} = (b-a)^{n-1}$, amiből $a+b = b-a$ következne. Ebből azonban $a = 0$ adódna, ami ellentmond a feladat feltételeinek. A második tényező tehát nem lehet nulla.

Ha az eredeti egyenlőség teljesül az a és b pozitív számokra, akkor valóban $a = b$.