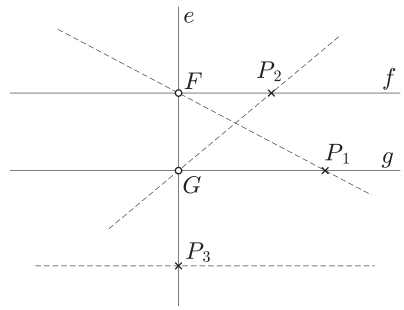
I. megoldás. Vegyük fel az e egyenest, valamint erre merőlegesen az f és g egyeneseket, melyek az e egyenest rendre az F és G pontokban metszik. Megmutatjuk, hogy a $H = e \cup f \cup g \setminus \{F, G\}$ ponthalmaz eleget tesz a feladat feltételeinek.



1. ábra

Először azt látjuk be, hogy H-nak minden pontjában pontosan egy érintője van. Ha P H-nak egy az e egyenesen lévő pontja, akkor a P-n átmenő egyenesek közül csak az e-re merőleges egyenes lesz érintő. Ha P H-nak az f egyenesen lévő pontja, akkor az egyetlen P-n áthaladó érintő a PG egyenes, ha pedig P H-nak a g egyenesen lévő pontja, akkor az egyetlen P-n áthaladó érintő a PF egyenes.

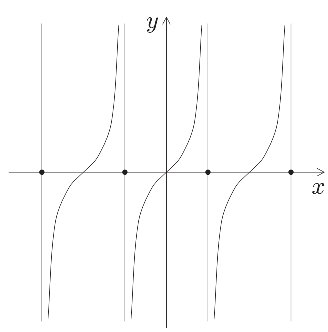
Másrészt H-nak a sík tetszőleges h egyenesén van pontja. Ha ugyanis h nem párhuzamos e-vel, akkor metszi e-t, és ha ez a metszéspont egybeesik az F vagy a G ponttal, akkor h vagy megegyezik az f vagy a g egyenessel, vagy egy G-től, illetve F-től különböző pontjában metszi g-t vagy f-et. Ha pedig h párhuzamos e-vel, akkor vagy egybeesik vele, vagy pedig metszi H-t mind az f, mind a g egyenes egy-egy pontjában.

A H ponthalmaz tehát megfelel a feladat feltételeinek.

Szalai Attila (Szeged, Radnóti M. Gimn., 12. évf.) dolgozata alapján

II. megoldás. Keressük a megoldást, mint egy függvény grafikonját. Vizsgáljuk meg, hogy egy így kapott görbe mikor tesz eleget feladatunk feltételeinek.

A görbe tetszőleges pontjában a függőleges (az y tengellyel párhuzamos) egyenes érintő. Másrészt a görbe csak akkor metszi az összes függőleges egyenest, ha a függvény minden valós számra értelmezve van. Olyan függvényt kell tehát keresnünk, amely minden valós számra értelmezve van és görbéje minden nem függőleges egyenest legalább két pontban metsz. Ez utóbbi feltételnek nyilván eleget tesznek pl. azok a periodikus függvények, melyek értékkészlete az összes valós szám és egy perióduson belül folytonosak. Ilyen függvényre legismertebb példa a tangensfüggvény, ha alkalmasan terjesztjük ki a valós számok halmazára.



2. ábra

Ezek alapján tehát ha a tangensfüggvényt kiterjesztjük úgy, hogy szakadási helyein értékét pl. 0-nak definiáljuk, akkor az így kapott függvény grafikonja (*2. ábra*) eleget tesz feladatunk feltételeinek.

Filus Tamás (Szeged, Radnóti M. Gimn., 10. évf.) dolgozata alapján