

I. Rögzítsük magunk elé a vízszintes asztallapra az $FBJK$ szabályos tetraédermodellt úgy, hogy BJK alaplapjának K csúcsa felénk legyen fordulva, tőle balra B -t, jobbra J -t lássuk, F -et pedig K fölött. Hányféleképpen állítható az előbbivel egybevágó, csúcsain P, Q, R, S betűkkel megjelölt modell az asztallapra úgy, hogy minden éle párhuzamos legyen az $FBJK$ modell egy élével. Soroljuk fel e helyzeteket annak megadásával, melyik csúcs áll bennük fönt, balról, jobbról, ill. elöl középen.

II. Megengedjük a második tetraéder forgatását a következő két módon: – 1. forgatás a felső csúcsot az asztalon fekvő lap középpontjával összekötő tengely körül, 120° -kal, a modellre fölülről ránézve pozitív forgási irányban; – 2. forgatás a balról elhelyezkedő csúcsot a vele szemben levő lap középpontjával összekötő tengely körül 120° -kal, a csúcstól a lap felé tekintve pozitív forgási irányban. A két forgatást φ_1 -gyel, ill. φ_2 -vel jelöljük.

Mutassuk meg, hogy a tetraéder bármelyik I. alatti helyzetéből átvihető bármelyik másikba φ_1 -nek és φ_2 -nek együttesen legfeljebb 4-szeri, kellő sorrendben való alkalmazásával.

III. Átvihető-e a $PQRS$ tetraéder I. alatti bármelyik helyzetéből bármelyik másik helyzetébe, ha sem φ_1 -et, sem φ_2 -t nem alkalmazhatjuk kétszer egymás után?