

Az 1330. és 1403. feladatok

$$(1) \quad x^3 - x^2 - 6x + 2 = 0 \quad \text{és}$$

$$(2) \quad x^3 - 13x^2 + 40x - 4 = 0$$

egyenleteihez kapcsolódva írjuk fel egymás után az alábbi tulajdonságú (I), (II) és (III) harmadfokú egyenletet, x^3 együtthatóját mindig 1-nek véve. –

Az (I) egyenlet gyökei rendre egyenlők (2) gyökeinek négyzetével, más szóval (1) gyökeinek 4. hatványával. –

A (II) egyenlet gyökei rendre egyenlők az (I) gyökeinek négyzetével, más szóval (1) gyökeinek 8. hatványával.

A (III) gyökei hasonlóan rendre egyenlők (1) gyökeinek 16. hatványával. (Az egyre növekvő együtthatókat normálalakjukban írjuk fel, elég meghatározni első 4 értékes jegyüket.)

(III)-ban x^2 , x együtthatóját és az x -től mentes tagot rendre A -val, B -vel, ill. C -vel jelölve mutassuk meg, hogy (1) gyökeinek abszolút értékére jó közelítő értéket ad a következő három szám:

$$(3) \quad \sqrt[16]{-A}, \quad \sqrt[16]{-B/A}, \quad \sqrt[16]{-C/B},$$

vagyis hogy mindegyik érték vagy maga, vagy a negatívja közelítőleg kielégíti (1)-et.

Milyen nagyságviszony áll fenn az így egymás után kapott gyökök abszolút értékei között?