

Tekintsük azt a számsorozatot, melynek első két tagja:  $a_1 = a_2 = 1$ , további tagjait pedig a

$$(1) \quad a_n = 2a_{n-2} + a_{n-1}$$

kifejezésből számíthatjuk, ahol  $n \geq 3$ , egész szám. Jelöljük a sorozat első  $k$  tagjának összegét  $S_k$ -val, és vizsgáljuk, helyesek-e a következő összefüggések, állítások:

$$\left\{ \begin{array}{l} (2) \quad S_{2k-1} = a_{2k}, \quad (3) \quad S_{2k} = a_{2k+1} - 1, \quad (4) \quad S_k - S_{k-4} = 10 \cdot 2^{k-4} \\ (5) \quad S_k = 10 \cdot \frac{2^k - 1}{2^4 - 1}; \\ (6) \quad a_k = 2a_{k-1} + (-1)^{k-1}, \quad (7) \quad a_k + a_{k+1} = 2^k, \quad (8) \quad a_k - a_{k-4} = 10 \cdot 2^{k-5}. \end{array} \right.$$

A  $4j + 1$  és  $4j + 2$  sorszámú tagok 1-es, a  $4j + 3$  sorszámúak 3-as, a  $4j$  sorszámúak 5-ös jegyre végződnek.

Adjunk az igaznak talált összefüggések alapján  $a_n$ -re olyan kifejezést, amely nem használ fel a sorozatból korábbi tagokat.