

Valaki az

$$\begin{aligned} (1) \quad & x + y + 16z = 18, \\ (2) \quad & x - 3y + 8z = 6, \\ (3) \quad & 2x - y - 4z = -33 \end{aligned}$$

egyenletrendszer megoldását a következő grafikus eljárással készítette elő. Az egyenletekbe $z = 0$ -t helyettesített, és a nyert három kétismeretlenes egyenletet ábrázolta a derékszögű koordináta-rendszerben. Az egyeneseket rendre a_0, b_0, c_0 -lal, páronkénti metszéspontjaikat rendre C_0, A_0, B_0 -lal jelölte. Ezután $z = 1$ helyettesítéssel megismételte eljárását, így kapta az a_1, b_1, c_1 egyeneseket és a C_1, A_1, B_1 pontokat. Most megrajzolta az A_0A_1, B_0B_1, C_0C_1 egyeneseket, azt találta, hogy ezek egy M pontban metszik egymást. Azt állítja, hogy M koordinátái adják a rendszer megoldásában x és y értékét, és hogy most már csak z értékét kell kiszámítani.

– Mutassak meg, hogy az illető eljárása általában helyes.¹

– Vázzunk továbbá olyan eseteket – megfelelő egyenletrendszer megadásával –, amelyekben az eljáráshoz további megjegyzéseket kell fűznünk.

¹Felhasználhatjuk bizonyítás nélkül a következőket: 1) egy háromismeretlenes elsőfokú egyenletnek a térbeli derékszögű koordináta-rendszerben egy sík felel meg; 2) ha két különböző síknak van közös pontja, akkor egy egyenesben metszik egymást; 3) egyenesnek síkon levő vetülete általában egyenes.