

**Megoldás.** Legyen  $c$  a hangsebesség,  $v$  a síp sebessége,  $f_0$  pedig az álló síp hangjának frekvenciája! A tőlünk távolodó síptól felénk elinduló hanghullám frekvenciája a Doppler-jelenség miatt

$$(1) \quad f_1 = f_0 \frac{c}{c+v},$$

a fal felé induló hang frekvenciája pedig

$$(2) \quad f_2 = f_0 \frac{c}{c-v}.$$

A lebegés jelenségét a hanghullámok találkozása és fázishelyes összegződése (interferenciája) okozza. A lebegés frekvenciája

$$(3) \quad \Delta f = f_2 - f_1 = f_0 \left( \frac{c}{c-v} - \frac{c}{c+v} \right) = \frac{2cv}{c^2 - v^2} f_0.$$

*Megjegyzés.* A lebegés frekvenciaképletét a szögfüggvények addíciós tételle segítségével igazolhatjuk. Ha két egyforma amplitúdójú hullámot összegzünk, az eredő „kitérés” (jelen esetben légnomásváltakozás):  $A \sin \omega_1 t + A \sin \omega_2 t = 2A \cos \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t \cdot \sin \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t$ . Ezt felfoghatjuk egy olyan szinuszosan váltakozó rezgésnek, amelynek körfrekvenciája  $\omega_1$  és  $\omega_2$  számtani közepe (átlaga), az amplitúdója viszont  $\frac{1}{2}(\omega_2 - \omega_1)$  körfrekvenciával, vagyis  $\frac{1}{2}(f_2 - f_1)$  frekvenciával váltakozik. Fülünk azonban nem az amplitúdónak, hanem a hangerősségnek (az amplitúdó négyzetének) váltakozását érzékeli lebegésként, ennek frekvenciája pedig a fenti érték 2-szerese, tehát valóban  $\Delta f = f_2 - f_1$ .

Visszatérve a ( $v$ -re nézve másodfokú) (3) egyenlethez, ennek fizikailag értelmes (nemnegatív) gyöke  $v = \frac{\sqrt{f_0^2 + \Delta f^2} - f_0}{\Delta f} c$ , amelynek numerikus értéke  $\Delta f = 3$  Hz és (szobahőmérsékletnek megfelelő)  $c = 344$  m/s adatokkal számolva  $v = 86$  cm/s.

( ) *Dudás László* (Pécs, Széchenyi I. Gimn. és Szki., 12. o.t.) és *Tarján Gábor* (Szolnok, Versey F. Gimn., 12. o.t.) dolgozata alapján

*Megjegyzés.* A közölt megoldás képletei csak akkor érvényesek, ha a hullámforrás (a síp) sebessége kisebb, mint a hang terjedési sebessége. Amennyiben  $v > c$ , a tőlünk távolodó hangforrás frekvenciájára a (2) Doppler-képlet formálisan negatív értéket ad. A negatív előjel azt fejezi ki, hogy a periodikusan elindított jelek nem a kibocsátás sorrendjében, hanem éppen fordítva érkeznek el a megfigyelőhöz: a később elindított jeleket „halljuk meg” hamarabb. Ezt a furcsaságot leszámítva a megfigyelőhöz periodikusan váltakozó jelek érkeznek, melyek frekvenciája  $f_2 = \left| f_0 \frac{c}{c-v} \right| = f_0 \frac{c}{v-c}$ . Ha ezzel a képlettel számolva oldjuk meg a lebegés formális feltételének

$$\Delta f = f_2 - f_1 = f_0 \left( \frac{c}{v-c} - \frac{c}{c+v} \right) = \frac{2c^2}{c^2 - v^2} f_0$$

egyenletét, a  $v > c$  megkötésnek eleget tevő gyök:  $v = c \sqrt{\frac{2f_0}{\Delta f} + 1} = c \sqrt{401} \approx 20 c = 6,8$  km/s.

Ha eltekintünk azoktól a „technikai nehézségektől”, hogy vajon mozoghat-e egy hangforrás ilyen nagy sebességgel (és ha igen, képes-e sípként működni), még akkor is problematikus a szuperszonikus lebegés megvalósítása. A hangforrás ugyanis valamikor nekiütközik a falnak, s a becsapódás hangja a megfigyelőhöz is eljut. A közvetlenül felénk haladó hanghullámok nyilván megelőzik a becsapódás hangját, a falról visszaverődő jelek pedig a becsapódás észlelése után érnek csak a megfigyelő füléhez: interferenciát ez a kétféle hang tehát biztosan *nem* hozhat létre! Ha viszont – mondjuk – két szuperszonikus hangforrás mozog egyforma sebességgel a fal felé, és egyforma frekvenciával sugároznak, akkor az elől haladónak a falról visszaverődő hangja és a hátsónak felénk kibocsátott hangja – elvben – előidézhet lebegést.

( ) (G. P.)