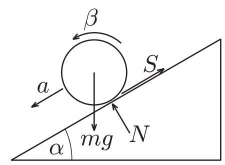
Megoldás. Feltételezzük, hogy a golyó és a henger ugyanabból az anyagból készült, vagyis a súrlódási tulajdonságaik megegyeznek, továbbá mindkét testnél a gördülési ellenállást és a légellenállást figyelmen kívül hagyhatjuk.



Vizsgáljuk egy Θ tehetetlenségi nyomatékú test tiszta gördülését α hajlásszögű lejtőn. Az *ábra* jelöléseivel a mozgásegyenletek: $mg\sin\alpha - S = ma$ és $Sr = \Theta\beta$, a tiszta gördülés feltétele pedig $r\beta = a$ és $S \le \mu N = \mu mg\cos\alpha$. Innen

$$a = g\,\frac{\sin\alpha}{1+\frac{\Theta}{mr^2}}.$$

Mivel $\dfrac{\Theta}{mr^2}$ alakfüggő (gömbre 0,4; hengerre pedig 0,5), tiszta gördülés esetén a golyó és a henger gyorsulása különböző lesz, tehát *nem* érhetnek le egyszerre a lejtő aljára.

Ha a lejtőn mozgó test csúszik és gurul (köszörül), akkor fennáll $S = \mu mg\cos\alpha$, ahonnan $a = g\,(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$. Ez a kifejezés független a tehetetlenségi nyomatéktól, tehát mind a gömbre, mind pedig a hengerre ugyanakkora nagyságú. A kezdősebesség nélkül indított csúszva gördülő henger tehát ugyanakkor ér le a lejtő aljára, mint az ugyancsak csúszva gördülő golyó. A köszörülés kinematikai feltétele: $a > r\beta$, ami – a mozgásegyenletek megoldása után – így is írható:

$$\mu < \frac{\operatorname{tg}\alpha}{1+\frac{mr^2}{\Theta}}.$$

Ez a feltétel a gömb esetén adja a szigorúbb megszorítást: $\mu < \dfrac{2}{7}\operatorname{tg}\alpha$.

Mindeddig a tapadási és a csúszási súrlódási együtthatókat egyforma nagyságúnak tekintettük. Ha ezt nem tesszük, hanem megengedjük a $\mu_{\mathrm{t}} \ne \mu_{\mathrm{cs}}$ lehetőséget is ($\mu_{\mathrm{t}} > \mu_{\mathrm{cs}}$), akkor úgy is megvalósulhat a feladat feltétele, hogy a gömb tisztán gördül, a henger pedig csúszik. Ez akkor következik be, ha

$$\frac{2}{7}\operatorname{tg}\alpha < \mu_{\mathrm{t}} < \frac{1}{3}\operatorname{tg}\alpha.$$

Ilyenkor $a_{\mathrm{henger}} = g(\sin\alpha - \mu_{\mathrm{cs}}\cos\alpha)$ és $a_{\mathrm{gömb}} = \dfrac{5}{7}\,g\,\sin\alpha$. A két gyorsulás akkor egyezik meg, ha

$$\mu_{\mathrm{cs}} = \frac{2}{7}\,g\operatorname{tg}\alpha.$$

() *Bóka Gergely* (Szolnok, Verseghy F. Gimn., 12. o.t.) és *Vigh Máté* (Pécs, Babits M. Gimn., 11. o.t.) dolgozata alapján