I. megoldás. Jelöljük a gömbök sugarát R-rel, a víz (levegőre vonatkoztatott) törésmutatóját pedig $n_{\mathrm{v,l}} = n$-nel!

Ha elhanyagoljuk az akvárium falának vastagságát (a sugarához viszonyítva), akkor a képalkotást úgy tekinthetjük, mintha az egyik halacska egy víz-közegben lévő kétszerhomorú (bikonkáv) levegőlencsén keresztül nézné a másik halat. Hogyha a gömbök méretéhez viszonyítva a halak mérete kicsi, akkor elegendő a gömbök érintkezési pontja közelébe eső „lencserészlettel" foglalkoznunk, és alkalmazhatjuk a vékony lencsékre érvényes formulákat. A lencsetörvény szerint

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f} = (n_{\mathrm{l,v}} - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right),$$

ahol

$$n_{\mathrm{l,v}} = \frac{1}{n_{\mathrm{v,l}}} = \frac{1}{n} \approx \frac{3}{4}$$

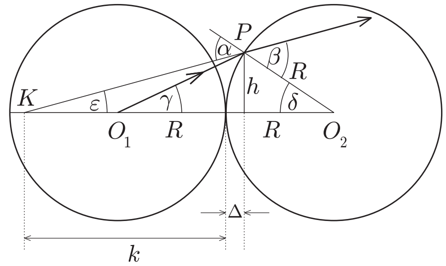
a levegőnek vízre vonatkoztatott törésmutatója, $R_1 = R_2 = -R$ a homorú lencse határfelületeinek görbületi sugarai, $t = R$ a (lencsétől mért) tárgytávolság, k pedig a keresett képtávolság.

Ezekkel az adatokkal $f = 2R > 0$, tehát a homorú lencse – az 1-nél kisebb relatív törésmutató miatt – gyűjtőlencseként viselkedik, továbbá $k = -2R$, tehát virtuális kép keletkezik, a lencsétől olyan távolságban, amilyen messze az akvárium legtávolabbi pontja van. (Ez azonban nem jelenti azt, hogy az egyik halacska a másikat az akvárium túlsó falánál látja, hiszen a túlsó fal éppen fókusztávolságnyira van a levegőlencsétől, a képe tehát a „végtelenbe" kerül.) A nagyítás 2-szeres, és a kép egyenes állású. Az elrendezés a gömbök érintkezési pontjára nézve szimmetrikus, tehát mindkét halacska a leírtaknak megfelelő módon látja a másikat.

() *Paulin Dániel* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 11. o.t.) és *Tarján Gábor* (Szolnok, Verseghy F. Gimn., 12. o.t.) dolgozata alapján

II. megoldás. Tegyük fel, hogy az akvárium falvastagsága sokkal kisebb, mint az akvárium sugara; ekkor az üvegfal fénytörésével nem kell foglalkoznunk, tekinthetjük úgy, mintha a fény közvetlenül a vízből a levegőbe lépne ki és viszont.

Mivel a halak a két gömb érintkezési pontjának irányában (az „optikai tengely" közvetlen közelében) látják egymást, elegendő az ehhez közel haladó fénysugarakra szorítkoznunk.



Tekintsük az egyik gömb O_1 középpontjából *kicsiny* γ szögben kiinduló fénysugarat (lásd az áttekinthetőség miatt erősen eltorzított *ábrát*). Ez a fénysugár – mivel a gömb sugarának irányában halad – törés nélkül lép ki a levegőbe, a P pontban α beesési szöggel eléri a másik gömböt, ott megtörik, és a másik gömb O_2P sugarához képest β szögben halad tovább. A Snellius–Descartes-törvény szerint (és a szögek kicsinységét is kihasználva)

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} \approx \frac{\alpha}{\beta} = n \approx \frac{4}{3}. \tag{1}$$

Felhasználhatjuk továbbá, hogy egy háromszög külső szöge egyenlő a nem mellette levő belső szögek összegével. Az ábra jelöléseivel:

$$\alpha = \gamma + \delta, \tag{2}$$

továbbá

$$\beta = \delta + \varepsilon. \tag{3}$$

Ezeket (1)-be helyettesítve adódik

$$\gamma + \delta = n(\delta + \varepsilon). \tag{4}$$

Fejezzük ki az itt előforduló szögeket az ábrán látható h távolsággal, kihasználva, hogy kicsiny szögek tangense a szöggel közelíthető, továbbá hogy $\Delta \ll R$:

$$\varepsilon \approx \frac{h}{R}, \qquad \text{és} \qquad \gamma \approx \delta \approx \frac{h}{R}.$$

Ezeket (4)-be helyettesítve kapjuk, hogy – a vizsgált közelítésben – h értékétől függetlenül $k = \frac{n}{2-n}R = 2R$. Eszerint az O_1-ből kiinduló fénysugarak megtörésük után úgy haladnak tovább, mintha az optikai tengelyen a gömbök érintkezési pontjától k távolságra levő K pontból indultak volna ki. K-ban tehát az O_1 pontban levő halacska virtuális képe jön létre. A kép mérete – a kép- és tárgytávolság arányából – kétszerese a tárgy méretének, és a kép egyenes állású.

() *Szilágyi Péter* (Debreceni Egyetem Kossuth L. Gyak. Gimn., 11. o.t.) és *Hablicsek Márton* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 11. o.t.) dolgozata alapján