I. megoldás. Igazából számológéppel sem hosszú idő megfelelő a és b értékeket találnunk, de időt nyerhetünk, ha megvizsgáljuk a $\sqrt{2}$ számot néhány tizedesjegy erejéig. A feladat nyilván az, hogy olyan b egész számot keressünk, melyre $b\sqrt{2}$ törtrésze kisebb 0,01-nál.

Közelítőleg: $\sqrt{2} \approx 1{,}4142136$, a tizedek és az ezredek helyén is 4-es számjegy áll. Ez adja az ötletet, hogy megvizsgáljuk a $100\sqrt{2} - \sqrt{2}$ különbséget, mivel abban reménykedünk, hogy a különbségben a tizedesvessző után legalább két 0 következik.

Valóban: $100\sqrt{2} - \sqrt{2} \approx 140{,}0071427$, azaz $b = 99$ esetén $0 < \left\{b\sqrt{2}\right\} < 0{,}01$ teljesül. Már csak a megfelelő a számot keressük, ilyet b ismeretében könnyen találhatunk: $a = 1863$.

Az $a = 1863$ és a $b = 99$ számok megfelelnek:

$$2003 < 1863 + 99\sqrt{2} \ (\approx 2003{,}007) < 2003{,}01.$$

() *Bérczi Kristóf* (Szeged, SZTE Ságvári Endre Gyakorló Gimnázium, 12. évf.)

II. megoldás. Ellenőrizhető, hogy $0 < \sqrt{2} - 1 < \frac{1}{2}$, amiből

$$0 < 3 - 2\sqrt{2} = \left(\sqrt{2} - 1\right)^2 < \frac{1}{4},$$
$$0 < 17 - 12\sqrt{2} = \left(3 - 2\sqrt{2}\right)^2 < \frac{1}{16} < \frac{1}{10}$$
$$0 < 577 - 408\sqrt{2} = \left(17 - 12\sqrt{2}\right)^2 < \frac{1}{100},$$

ahonnan $2003 < 2580 - 408\sqrt{2} < 2003{,}01$. Tehát pl. $a = 2580$, $b = -408$ megfelelő.