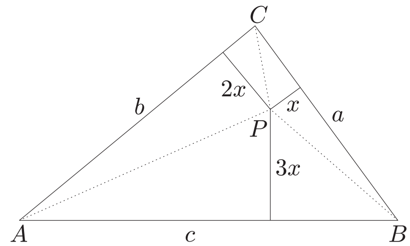
Megoldás. Az ABC háromszögben a szokásos jelölések mellett legyen a keresett pont a P, és a háromszög a, b és c oldalegyeneseitől vett távolsága rendre x, $2x$, $3x$. Nem jelent megszorítást, ha csak erre az esetre adjuk meg a P pont szerkesztésének lépéseit. Nyilvánvalóan tetszőleges sorrend megengedett lehet, így egy háromszögben hat megfelelő pontot kaphatunk.



1. ábra

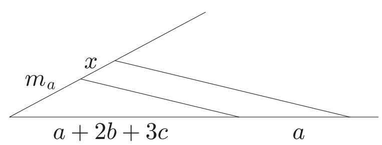
Az x a BCP háromszögben az a-hoz, a $2x$ a CAP háromszögben az b-hez és a $3x$ az ABP háromszögben a c-hez tartozó magasság (*1. ábra*). Az ABC háromszög területe a BCP, a CAP és az ABP háromszög területének az összege, így:

$$\frac{am_a}{2} = \frac{ax}{2} + \frac{2bx}{2} + \frac{3cx}{2}$$

(az ABC háromszögben az a-hoz tartozó magasságot szintén a szokásoknak megfelelően m_a-val jelöltük), amiből kapjuk, hogy

$$\frac{a}{a+2b+3c} = \frac{x}{m_a}.$$

Ebből az összefüggésből x, mint a negyedik arányos megszerkeszthető (*2. ábra*).



2. ábra

Ezek után két párhuzamost szerkesztünk: az a oldallal, attól x távolságra, az A csúcs által meghatározott félsíkban, illetve a b oldallal, attól $2x$ távolságra, a B csúcs által meghatározott félsíkban. E két egyenes metszéspontja lesz a keresett P pont. (Az előzőek alapján nyilvánvaló, hogy ugyanezen a ponton haladna keresztül az az egyenes is, amelyet a c oldallal párhuzamosan szerkesztenénk, tőle $3x$ távolságra, a C csúcs által meghatározott félsíkban, de ez az egyenes már nem szükséges a P megszerkesztéséhez. Az előzőekből az is következik, hogy P a háromszög belsejében van.) Így megadtuk a P pont szerkesztésének lépéseit.

() *Bartha Emőke* (Szentendrei Református Gimnázium, 10. évf.) és *Filus Tamás* (Szeged, Radnóti Miklós Kísérleti Gimnázium, 10. évf.)
dolgozata alapján