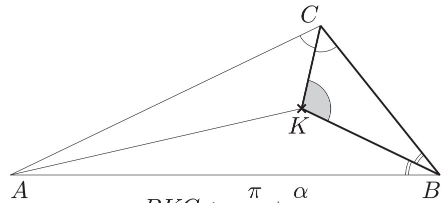
**Megoldás.** Legyenek a háromszög szögei $\alpha$, $\beta$, $\gamma$, a beírt kör középpontja $K$. Feltehetjük, hogy a $BCK$ háromszög hasonló az $ABC$ háromszöghöz. Mivel $K$ a szögfelezők metszéspontja, azért a $BCK$ háromszög szögei $\frac{\beta}{2}$, $\frac{\gamma}{2}$ és $\pi - \left(\frac{\beta}{2} + \frac{\gamma}{2}\right) = \frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2}$.




$BKC\sphericalangle = \frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2}$

Ezek a szögek valamilyen sorrendben megegyeznek az $ABC$ háromszög szögeivel. Az nem lehet, hogy $\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2} = \alpha$, mert abból $\alpha = \pi$ következne. Szimmetria okokból feltehetjük tehát, hogy $\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2} = \gamma$. Mivel $\beta = \frac{\beta}{2}$ nem lehet, azért $\beta = \frac{\gamma}{2}$ és $\alpha = \frac{\beta}{2}$ kell hogy legyen, ahonnan

$$\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2} = \gamma = 2\beta = 4\alpha,$$

ebből pedig $\alpha = \frac{\pi}{7}$, s így $\beta = \frac{2\pi}{7}$ és $\gamma = \frac{4\pi}{7}$ adódik. Könnyen ellenőrizhető, hogy a $BCK$ háromszög szögei is ugyanekkorák.

Az $ABC$ háromszög szögei tehát:

$$\frac{\pi}{7}, \quad \frac{2\pi}{7} \quad \text{és} \quad \frac{4\pi}{7}.$$