

**I. megoldás.** Az abszolút érték definícióját felhasználva írjuk át az egyenletet. Három esetet különböztetünk meg:

1)  $x > 2$ . Ekkor a kiindulási egyenlet  $x + 3 + p(x - 2) = 5$ , ahonnan

$$(1 + p)x = 2(1 + p).$$

Ha  $p \neq -1$ , akkor  $x = 2$ , ami az  $x > 2$  feltétel miatt nem jöhet szóba. A  $p = -1$  esetben  $x$  bármi lehet, a megoldás tehát ekkor  $x > 2$ .

2)  $2 \geq x \geq -3$ . Az egyenlet most  $x + 3 - p(x - 2) = 5$  alakot ölt, amiből  $(1 - p)x = 2(1 - p)$ . Ha  $p \neq 1$ , akkor  $x = 2$ . A  $p = 1$  esetben  $x$  értéke tetszőleges, ami a feltétel miatt azt jelenti, hogy a megoldás  $-3 \leq x \leq 2$ .

3) Ha  $x < -3$ , az egyenlet  $-x - 3 - p(x - 2) = 5$ , amit átalakítva kapjuk, hogy  $(1 + p)x = 2p - 8$ . A  $p = -1$  esetén  $0 = -10$ , ami lehetetlen. Ha  $p \neq -1$ , akkor  $x = \frac{2p - 8}{1 + p}$ .

Vegyük figyelembe, hogy most  $x < -3$ , vagyis  $\frac{2p - 8}{1 + p} < -3$ . Rendezve az egyenlőtlenséget  $\frac{5p - 5}{p + 1} < 0$ . Ehelyett nézzük az ekvivalens  $\frac{p - 1}{p + 1} < 0$  egyenlőtlenséget. Egy tört pontosan akkor negatív, ha számlálójának és nevezőjének szorzata negatív, vagyis esetünkben  $p^2 - 1 < 0$ , ahonnan  $-1 < p < 1$  adódik.

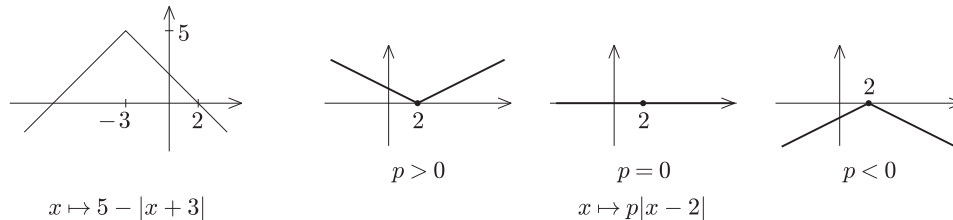
Amennyiben tehát  $-1 < p < 1$ , akkor a megoldás  $x = \frac{2p - 8}{p + 1} = 2 - \frac{10}{1 + p}$ . Érdekes megjegyezni, hogy ez olyan  $(p; x)$  párokkal megadott pontokat jelent, amelyek a  $p, x$  tengelyű koordináta-rendszerben egy  $p = -1$  és  $x = 2$  aszimptotájú egyenlő szárú hiperbolának az  $x = -3$  egyenes alatti ágán van.

Összefoglalva:  $p = -1$  esetén  $x \geq 2$ ,  $p = 1$  esetén  $-3 \leq x \leq 2$ ,  $-1 < p < 1$  és  $p \neq 0$  esetén  $x = 2$  vagy  $x = \frac{2p - 8}{p + 1}$ , minden egyéb  $p$  esetén pedig  $x = 2$  a megoldás.

**II. megoldás.** Rendezzük át az egyenletet:

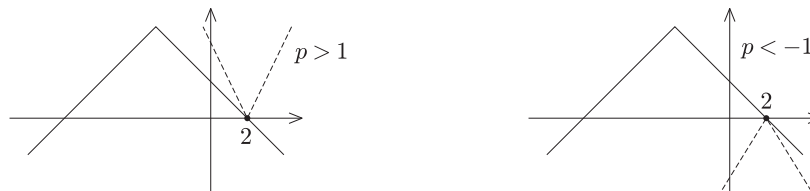
$$p|x - 2| = 5 - |x + 3|$$

és készítsük el a bal és jobb oldalon álló kifejezések által meghatározott függvények grafikonját (1. ábra).



1. ábra

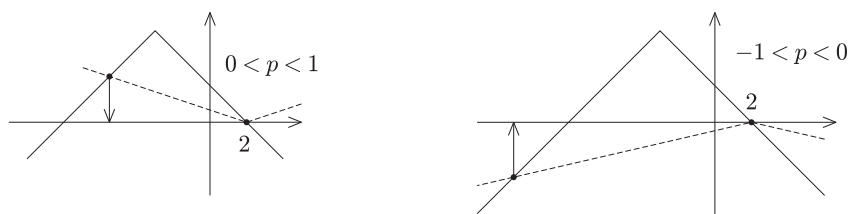
Ha  $|p| > 1$ , akkor leolvasható, hogy csak  $x = 2$  a megoldás, hiszen a jobb oldal meredeksége kisebb abszolút értékű, mint a bal oldalé (2. ábra).



2. ábra

Ha  $|p| = 1$ , akkor a grafikonok egy-egy szakaszon azonosak, végtelen sok megoldás van. Ha  $p = 1$ , akkor  $x \in [-3; 2]$ , ha  $p = -1$ , akkor  $x \in [2; +\infty)$ .

Ha  $0 < |p| < 1$ , akkor az  $x = 2$  megoldás mellett a grafikonok egy-egy megfelelő félegyenese egyetlen további pontban metszi egymást, így két megoldás van:  $x \in \left\{ 2; \frac{2p - 8}{p + 1} \right\}$  (3. ábra).



3. ábra

Végül ha  $p = 0$ , akkor az egyenlet egyetlen megoldása a 2.