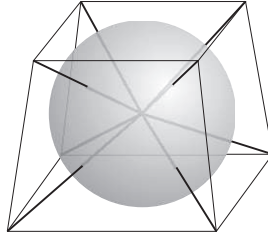


**Megoldás.** Megmutatjuk, hogy a keresett arány az adott gömb sugarának harmada. Következő bizonyításunk nemcsak csonkagúlára, hanem valamennyi olyan síklappal határolt konvex testre érvényes, melynek minden lapja érinti az adott gömböt.



Legyen  $\mathcal{K}$  egy ilyen test. Kössük össze a gömb középpontját  $\mathcal{K}$  csúcaival. Így  $\mathcal{K}$ -t feldaraboltuk olyan kisebb gúlákra, melyek alaplapjai megegyeznek  $\mathcal{K}$  lapjaival, csúcsuk pedig az adott gömb középpontja. Mivel a gömb  $\mathcal{K}$  minden lapját érinti, azért mindegyik gúla magassága megegyezik az adott gömb  $r$  sugarával.

Ha  $\mathcal{K}$  lapjainak területe  $T_1, T_2, \dots, T_k$ , akkor  $\mathcal{K}$  felszíne

$$A = T_1 + T_2 + \dots + T_k,$$

térfogata pedig megegyezik az egyes gúlák térfogatának összegével, azaz

$$V = \frac{T_1 \cdot r}{3} + \frac{T_2 \cdot r}{3} + \dots + \frac{T_k \cdot r}{3} = \frac{(T_1 + T_2 + \dots + T_k) \cdot r}{3} = \frac{A \cdot r}{3}.$$

A térfogat és a felszín aránya tehát  $\frac{V}{A} = \frac{r}{3}$ , azaz az adott gömb sugarának harmada.