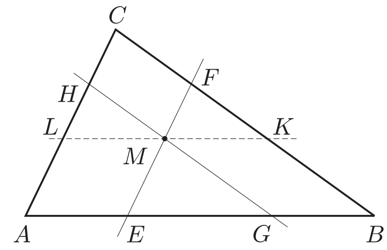
Megoldás. Az ABC háromszögben az AC oldallal párhuzamos területfelező egyenes messe az AB, illetve BC oldalt rendre az E és F pontokban. Hasonlóképpen messe a BC-vel párhuzamos területfelező egyenes az AB oldalt G-ben, az AC-t H-ban, a két egyenes metszéspontja M. Végül az M-en átmenő AB-vel párhuzamos egyenes BC-vel, illetve AC-vel való metszéspontja legyen rendre K és L.



A párhuzamosság miatt az AGH háromszög hasonló az ABC háromszöghöz. A megfelelő oldalakra $AG : AB = \sqrt{\frac{1}{2}}$, mivel az AGH háromszög területe fele az ABC háromszög területének, és a hasonló idomok területei úgy aránylanak egymáshoz, mint a megfelelő oldalaik négyzete. Vagyis $AG = \frac{\sqrt{2}}{2}AB$, ezért $GB = \frac{2-\sqrt{2}}{2}AB$, hasonlóan $AE = \frac{2-\sqrt{2}}{2}AB$. Az $LM\#AE$, valamint $MK\#GB$ miatt $LK = LM + MK = AE + GB = \left(2-\sqrt{2}\right)AB$. Ebből következik, hogy az LKC háromszög és az ABC háromszög területének aránya: $\left(2-\sqrt{2}\right)^2 = 6-4\sqrt{2}$. Az LK egyenes az ABC háromszöget az LKC háromszögre és az $ABKL$ trapézra bontja. Meg kell határoznunk az $ABKL$ trapéz T területét:

$$T = T_{ABC\triangle} - \left(6-4\sqrt{2}\right)\cdot T_{ABC\triangle} = \left(4\sqrt{2}-5\right)\cdot T_{ABC\triangle}.$$

A keresett arány:

$$\frac{T_{LKC\triangle}}{T} = \frac{6-4\sqrt{2}}{4\sqrt{2}-5} = \frac{4\sqrt{2}-2}{7} \approx 0{,}5224.$$

() *Török Zoltán* (Gödöllő, Török I. Gimn., 11. évf.)