

Megoldás. Az n hosszúságú, egyetlen számjegyet használó sorozatok száma 3 , a pontosan kétféle számjegyet tartalmazóké pedig $\binom{3}{2}(2^n - 2)$; így

$$p_n = \frac{3 + 3(2^n - 2)}{3^n} = \frac{2^n - 1}{3^{n-1}}$$

annak a valószínűsége, hogy egy n hosszúságú sorozatban valamelyik számjegy *nem* fordul elő. A

$$p_n - p_{n+1} = \frac{2^n - 1}{3^{n-1}} - \frac{2^{n+1} - 1}{3^n} = \frac{3 \cdot 2^n - 3 - 2^{n+1} + 1}{3^n} = \frac{2^n - 2}{3^n} \geq 0$$

összefüggés szerint a p_n valószínűségek sorozata monoton fogyó. Mivel

$$p_4 = \frac{5}{9} > \frac{39}{100} > \frac{31}{81} = p_5,$$

a feladat követelménye a legalább 5 hosszúságú sorozatokra teljesül.