

**Megoldás.** A logaritmus definíciójából adódik, hogy

$$\log_2 1 = 0, \quad \log_2 2 = 1, \quad \log_2 4 = 2,$$

és így tovább, a következő egész értéket a függvény mindig a következő 2-hatvány helyen veszi fel. Azt is tudjuk, hogy a  $\log_2 x$  függvény monoton nő. A  $[\log_2 x]$  függvény két 2-hatvány között annyiszor veszi fel a kisebbik értéket, ahány egész szám van a két 2-hatvány között; pl. a 2 értéket a  $\log_2 4, \log_2 5, \log_2 6, \log_2 7$  helyen.

Az összegezést addig kell folytatnunk, amíg elérjük a 2002 értéket. Mivel  $2^{10} = 1024 < 2002$ , de  $2^{11} = 2048 > 2002$ , az utolsó érték a 10 lesz, amelyet  $2003 - 1024 = 979$  helyen vesz fel a függvény.

Így a keresett összeg értéke:

$$\begin{aligned} & (0 + 2 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 8 \cdot 3 + \dots + 512 \cdot 9) + 979 \cdot 10 = \\ & = \left( \sum_{k=1}^9 k \cdot 2^k \right) + 9790 = \left( \sum_{k=1}^9 2^k \right) + \left( \sum_{k=2}^9 2^k \right) + \dots + \left( \sum_{k=9}^9 2^k \right) + 9790 = \\ & = (2^{10} - 2) + (2^{10} - 2^2) + \dots + (2^{10} - 2^9) + 9790 = \\ & = 9 \cdot 2^{10} - (2^{10} - 2) + 9790 = 2^{13} + 9792 = 17\,984. \end{aligned}$$